

ЗУРГАДУГААР ОЛИМПИАД

Улз сав нутгийн математикийн зургадугаар олимпиад 1997 оны 10 сарын 10-13-ны өдрүүдэд Чулуунхороот сумын 10 жилийн сургууль дээр зохион явагдлаа.



7-р анги

Олимпиадад 10 сургуулийн 18 сурагч оролцож 16 оноогоор 1-р сургуулийн сурагч Г.Батхонгор түрүүлж, 13.5 оноогоор 3-р сургуулийн сурагч Ц.Түвшинтөр, 13 оноогоор Чулуунхороот сургуулийн сурагч О.Мөнхцэцэг нар удаах байруудыг эзлэв.

A1. Санасан тооны аравтын цифр нь нэгжийн цифрээсээ 4-өөр дутуу. Энэ тооны цифрүүдийн хооронд санасан тооноос 1-ээр бага тоог бичвэл үүсэх 4 оронтой тоо санасан тооноос 91 дахин их бол санасан тоог ол.

A2. Математикийн олимпиадад оролцохоор 5 өөр хотоос ирсэн 5 сурагчаас “Хэн чин хаанаас ирсэн вэ?” гэсэн асуултанд:

Амгалан: Би Эрдэнэтээс ирсэн, харин Гомбо Дарханд суудаг

Бор: Ваанчиг Дарханд амьдардаг, би Мандалговиос ирсэн

Ваанчиг: Би Эрдэнэтээс ирсэн, харин Бор Есөнбулагаас ирсэн

Гомбо: Би Дарханд амьдардаг, харин Дорж Улаанбаатараас ирсэн

Дорж: Би Улаанбаатарын хүн, харин Амгалан Мандалговьд суудаг гэж тус хариулжээ.

Хүүхэд бүрийн хариултын нэг хэллэг үнэн, нөгөө нь худал хэлсэн бол хэн аль хотоос ирсэн вэ?

A3. $2a^2 + 2b^2 = 5ab$ бол $\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2$ илэрхийллийн утгыг ол.

A4. Хоёр оронтой тоо ба түүний цифрүүдийг урвуу эрэмбээр бичсэн тоонуудын нийлбэр нь ямар нэгэн бүхэл тооны квадрат болно. Ийм боломжит тоонуудын тоог ол.

A5.
$$\begin{cases} \frac{2}{x-y} + \frac{6}{x+y} = 1.1 \\ \frac{4}{x-y} - \frac{9}{x+y} = 0.1 \end{cases}$$
 систем тэгшитгэл бод.

A6. $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ функцийн хамгийн бага утгыг ол.

8-р анги

Энэ төрөлд 9 сурагч оролцон 12.5 оноогоор 1-р сургуулийн сурагч Ш.Саранчимэг түрүүлж, 9.5 оноогоор Дашбалбар сургуулийн сурагч Ж.Даваажаргал, 9 оноогоор 8-р сургуулийн сурагч Ө.Нарангаравуу нар удаах байруудыг эзлэсэн.

B1. Тэгш өнцөгт гурвалжны гипотенузын дундажийг дайруулан перпендикуляр татав. Энэ перпендикулярын гурвалжны дотор хаагдсан хэсгийн хэрчмийн урт 3 см, харин гурвалжны гаднах/нөгөө катетын үргэлжлэлтэй огтлолцох хүртэлх/ хэрчим нь 9 см урттай байв.

B2. Дараах илэрхийлэл p -ийн ямар утганд бүтэн квадрат байх вэ? $(3a-5)^2 + (4a+12)^2 + pa =$

B3. $\begin{cases} x+y+z=6 \\ x+yz=7 \end{cases}$ систем тэгшитгэлийн бүхэл тоон шийдийг ол.

B4. S талбайтай ABC гурвалжин өгөгдөв. $[AB], [BC], [CA]$ цацрагууд дээр харгалзан P, Q, R цэгүүдийг харгалзан $|PA|=2|AB|; |QB|=3|BC|; |RC|=4|AC|$ байхаар тэмдэглэсэн бол RQP гурвалжны талбайг ол.

B5. Хоёр оронтой тоог хойно хойноос нь залгуулан бичихэд тэдний үржвэрт хуваагддаг 4 оронтой тоо гарчээ. Эдгээр бүх боломжит тоог ол.

B6. 2,3,4,5,6-д хуваахад тус бүр 1 үлдэгдэл гардаг хамгийн бага натурал тоог ол.

9-р анги.

Энэ төрөлд 17 сурагч оролцон 22 оноогоор Чойбалсан сургуулийн сурагч У.Наранхүү түрүүлж, 21 оноогоор Дашбалбар сургуулийн сурагч А.Амарбат, 15 оноогоор 1-р сургуулийн сурагч Ц.Батзориг нар удаах байруудыг эзлэв.

C1. $x^2 + y^2 = 1997^9$ тэгшитгэлийн ядаж нэг натурал тоон шийдийг ол.

C2. a, b, c тоонууд гурвалжны талууд бол $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} < 2$ болохыг батал.

C3. $|1+x| + |1-2x| + |1+3x| = 1$ тэгшитгэлийг бод.

C4. $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ тэгшитгэлийн коэффициентүүд ямар хамааралтай байхад түүний язгуурууд геометр прогресс үүсгэх вэ?

C5. $\log_{1996} 1997, \log_{1997} 1998$ тоонуудын аль нь их вэ?

C6. S талбайтай ABC гурвалжны BK медиан дээр M цэгийг $BM = MK$ байхаар авчээ. AM шулууны BC талтай огтлолцох цэг нь N бол ANC гурвалжны талбайг ол.

10-р анги

Энэ төрөлд 18 сурагч оролцож 20.5 оноогоор 5-р сургуулийн сурагч Ю.Бат-Эрдэнэ түрүүлж, 19.5 оноогоор Дашбалбар сургуулийн сурагч Ж.Энхнаран, 9 оноогоор 5-р сургуулийн сурагч Ц.Оюун-Эрдэнэ нар удаах байруудыг эзлэв.

D1. 16 радиустай дугуйд 650 цэг хаяжээ. Эдгээрээс дор хаяж 10-г нь дотоод радиус нь 2, гадаад радиус нь 3 байх цагирагаар бүрхэж болохыг батал.

D2. $\sqrt{2+x-2\sqrt{x+1}} + \sqrt{17+x-8\sqrt{x+1}} = 3$ тэгшитгэлийн бүх бодит шийдийг ол.

D3. 7 гэсэн тоог гурван рациональ тооны квадратуудын нийлбэрт тавьж болохгүйг батал.

D4. А,В,С тамирчид гурван паралель замаар тогтмол хурдтай гүйж байв. Хугацааны нэгэн агшинд ABC гурвалжны талбай 2 нэгж байснаа 5 секунд өнгөрсний дараа 3 нэгж болов. Дахин 5 секунд өнгөрсний дараа энэ талбай ямар болох вэ?

D5. $\sqrt{\frac{2}{1}} + \sqrt[3]{\frac{3}{2}} + \sqrt[4]{\frac{4}{3}} + \sqrt[5]{\frac{5}{4}} + \dots + \sqrt[10]{\frac{10}{9}} < 9.9$ батал.

D6. $y = \frac{x^2 + x + 2}{x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 4x + 20}$ функцийн хамгийн их утгыг ол.

Баг –олимпиад

1. /Баяндун Н.Ганчимэг/ Гурвалжныг өгсөн тал түүний эсрэг орших өнцөг, өндрөөр байгуул.
 2. /8-р сургууль Р.Мөнхзул/ Огтлолцсон хоёр тойргийн AB ерөнхий хөвч дээр орших P цэгийг дайруулан 1-р тойрогт KM хөвч, 2-р тойрогт LN хөвч татав. $KLMN$ нь багтсан дөрвөн өнцөгт болохыг батал.

3. /Чойбалсан С.Баатар/ Паралелограммын талбай Q , диагоналиуд нь n, m уртуудтай бол түүний талуудыг ол.

4. /Баяндун Д.Ганбаатар/ Усан санг 3 хоолойгоор ус тавьж дүүргэх ёстой байв. 1-р хоолойгоос 1 цагт 30 м^3 ус гоожно. 2-р хоолойгоор нэг цагт 1-р-ээс $2d \text{ м}^3$ -ээр бага ус гоожно. 1 ба 2-р хоолойг зэрэг ажиллуулж усан сангийн $\frac{2}{11}$ хэсгийг, үлдсэн хэсгийг гурван хоолойг зэрэг ажиллуулан дүүргэв. Хэрэв $0 < d < 15$ бол энэ аргаар d -ийн ямар утганд усан санг хамгийн хурдан дүүргэх вэ?

5. /12-р сургууль Б.Гантөмөр/ $y = \frac{|x| - |x-1|}{|x| - 1}$ функцийн график байгуул.

6. /1-р сургууль Ж.Долгормаа/ $3 - \frac{2}{(n-1)!} < \frac{2^2-2}{2!} + \frac{3^2-2}{3!} + \dots + \frac{n^2-2}{n!} < 3$ батал.

7. /Дашбалбар Д.Дашдорж/ T хавтгай дээр A талтай зөв гурвалжин ABC өгчээ. T хавтгайд $|AK| = a$ перпендикуляр татсан бол AB, KC талын хоорондох хурц өнцгийг ол.

8. Чулуунхороот П.Мягмаржав/ $\alpha = \frac{\pi}{2^{n+1}-1}$ бол $\frac{1}{\sin \alpha} = \frac{1}{\sin 2\alpha} + \frac{1}{\sin 4\alpha} + \dots + \frac{1}{\sin 2^n \alpha}$ батал.

9. /5-р сургууль С.Байгалмаа/ $ABCD$ гүдгэр дөрвөн өнцөгт өгөгдөв. Түүний AB талыг B чиглэлд, BC -г C -ийн, CD -г D -ийн, DA -г A -ийн чиглэлд тус тусийн урттай тэнцүү зайд үргэлжлүүлэн харгалзан $B_1; C_1; D_1; A_1$ гээд эдгээр цэгүүдээ холбоход үүсэх 4 өнцөгт ба анхны 4 өнцөгт хоёрын талбайн харьцааг ол.

10. /Чойбалсан Б.Оюун/ $\cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 80^\circ = \frac{1}{8}$ батал.

11. /Дашбалбар И.Наранцэцэг/ x_n дараалал $x_1 = 3; \sqrt{x_{n+1}} = 2\sqrt{x_n} + \sqrt{3}(1+x_n)$ гэсэн рекурент томьёогоор өгөгджээ. Энэ дарааллын бүх гишүүд натурал гэдгийг харуул.