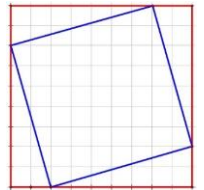


АБТА МАТЕМАТИКИЙН БАГШ Т.ДАШНЯМЫН НЭРЭМЖИТ, УЛЗ САВ НУТГИЙН МАТЕМАТИКИЙН 30 ДУГААР ОЛИМПИАД ОНЛАЙН ТӨРӨЛ

7-8-р анги

1. 5×5 хэмжээтэй самбарын шугамын дагуу талтай квадратыг хэдэн янзаар зурж болох вэ? /Дөрвөлжин шугамтай дэвтрийн цаас гэж ойлгож болно./
2. $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + 6 \cdot 7 + \dots + 2019 \cdot 2020 + 2020 \cdot 2021$ тоо ямар цифрээр төгсөх вэ?
3. Болд ямар нэгэн тоо санаад Батад хэлсэн. Бат тэр тоог 5 эсвэл 6-аар үржүүлсэн. Батын хариунд Ариунаа зөвхөн өөрийн дураар 5 эсвэл 6-г нэмсэн. Цэцгээ болохоор Ариунаагийн хариунаас мөн 5 эсвэл 6-г өөрийнхөө дураар хасна. Тэгэхэд 73 гарсан бол Болд анх ямар тоо санасан бэ?

4. Зурагт үзүүлснээр нэг цэнхэр өнгөтэй бага квадратыг хүрэн өнгөтэй том квадратын дотор зурсан. Хэрэв саарал өнгөтэй жижиг нүднүүдийн нэг бүрийн талбай 1 кв.см бол бага квадратын талбайг ол.



5. Од нь 4 адил талт гурвалжин ба нэг квадратаас тогтоно. /зураг/ Квадратын периметр нь 36 см бол одны периметрийг ол.

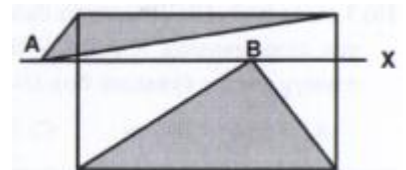


6. Дугуй ширээг тойрон 14 хүн суужээ. Хүн бүр худалч эсвэл үнэнчийн аль нэг нь. Хүн бүр "миний хоёр талд суугаа хүн хоёулаа худалч" гэж хэлжээ. Тэгвэл ширээнд хамгийн ихдээ хэдэн худалч сууж байгаа вэ?

7. Урт тал нь 10 см байх ижил хэмжээтэй 9 тэгш өнцөгтөөр зурагт үзүүлснээр том тэгш өнцөгт үүсгэв. Үүссэн тэгш өнцөгтийн периметрийг ол.



8. Зурагт тэгш өнцөгтийн суурьтай паралель X шулуун татав. A ба B цэгийг X шулуун дээр тэмдэглэв. Зурагт будагдсан хоёр дүрсийн талбайн нийлбэр нь 10 см^2 . Тэгвэл тэгш өнцөгтийн талбайг ол.



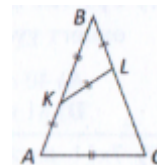
9. Отгон 3×3 хүснэгтийн нүд бүрт 1-ээс 9 хүртэлх ялгаатай бүхэл тооны аль нэгийг бичив. Тэр хүснэгтийн мөр ба багана бүрийн хувьд бүхэл тоонуудын нийлбэрийг тооцоолоход таван хариу нь 12,13,15,16,17 гарчээ. Тэгвэл зургаа дахь хариуг ол.

10. Алимаа, Болд, Ванган гурав 55 ширхэг чихэр хуваан авав. Ванганы авсан чихрийн 15%-тай тэнцүү тооны чихэр Болдод байв. Алимаагийн чихэр Ванганыхаас 60%-аар илүү гэнэ. Тэгвэл Алимаа хэдэн чихэртэй вэ?

9-10-р анги

1. Сурагч эхний өдөр нийт асуултын $\frac{1}{5}$ хэсэг ба 8 асуулт, 2 дахь өдөр үлдсэн асуултын 40% ба 3 асуулт, 3 дахь өдрийн үдээс өмнө үлдсэн асуултынхаа $\frac{2}{3}$ хэсгийг боловсруулахад 7 асуулт боловсруулаагүй үлдсэн бол шалгалт хэдэн асуулттай байсан бэ?
2. $a + b + c + ab + bc + ca + abc = \overline{abc}$ байх бүх гурван оронтой тоонууд хэдэн ширхэг байх вэ?
3. $n^2 + 59n + 881$ бүтэн квадрат байх бүхэл бүх n тоонуудын үржвэрийг ол.

4. ABC адил хажуут гурвалжны AB ба BC талууд дээр $AK = KL = LB$ ба $KB = AC$ байх K ба L цэгүүдийг тэмдэглэв. Тэгвэл ABC өнцгийн хэмжээг ол.



5. 4 нэгж талбайтай квадратад тэнцүү найман хагас тойрог зуржээ. Будагдаагүй хэсгийн талбайг ол.



6. Хүмүүнлэгийн сургуульд философи, түүх, хэлний гэсэн ангиудад оюутан сурдаг. Хэлний ангийн оюутнуудын 35% нь англи хэл судалдаг. Хэлний ангийн англи хэл судалдаггүй оюутнууд сургуулийн нийт оюутны 13% эзэлнэ. Энэ сургуулийн оюутнууд нэгээс олон хэл судалдаггүй. Тэгвэл энэ сургуулийн оюутны хэдэн хувийг хэлний ангийн оюутан эзлэх вэ?
7. Гурван оронтой тооны есний нэг нь уг тооны голын тоог дарахад үүссэн хоёр оронтой тоотой тэнцүү байх гурван оронтой тоо хэд байх вэ?
8. Эерэг бүхэл дөрвөн тоо өгөв. Эдгээрийн гурвыг сонгож түүний арифметик дундаж дээр дөрөвдөх тоог нэмэх үйлдлийг хийв. Ийм байдлаар дөрвөн ялгаатай боломж гарна. Эдгээр нь харгалзан 17,21,23,29 байв. Тэгвэл өгсөн дөрвөн тооны хамгийн ихийг ол.
9. Туяа ижил хэмжээтэй жижиг кубуудыг нийлүүлэн нааж нэгэн том куб хийж, түүний зарим талсыг будав. Дараа нь жижиг кубууд болгон задлав. Ингэхэд 45 жижиг кубын бүх талс нь будагдаагүй байв. Туяа том кубын хэдэн талсыг будсан бэ?
10. Тэгш өнцөгт координатын системд өгсөн гурвалжны оройн цэгүүд нь $A(p; q), B(t; u), C(r; s)$ байв. Уг гурвалжны дундаж цэгүүд нь $M(-2; 1), N(2; -1), P(3; 2)$ болно. Тэгвэл $p + q + r + s + t + u$ утга хэдтэй тэнцүү байх вэ?

11-12-р анги

1. A, B, C, D нь $|\overline{AB}| = 3; |\overline{BC}| = 7; |\overline{CD}| = 11; |\overline{DA}| = 9$ нөхцлийг хангадаг цэгүүд бол $|\overline{AC}| \cdot |\overline{BD}|$ үржвэрийн утгыг ол.
2. x, y бодит тоонууд нь $(x + 5)^2 + (y - 12)^2 = 14^2$ нөхцлийг хангадаг бол $x^2 + y^2$ илэрхийллийн хамгийн бага утгыг ол.
3. Усан санг 4 цоргоор дүүргэж болно. Хэрэв 1 ба 2-р цоргыг хамтад нь ажиллуулбал усан санг 2 цагт дүүргэнэ. 2 ба 3-р цоргыг хамтад нь ажиллуулбал усан санг 3 цагт дүүргэнэ. 3 ба 4-р цоргыг хамтад нь ажиллуулбал 4 цагт дүүргэнэ. 1 ба 4-р цоргыг хамтад нь ажиллуулбал усан санг хэдэн минутад дүүргэх вэ?
4. Ангийн хөвгүүдээс охид 40%-аар их байв. Хэрэв санамсаргүйгээр хоёр хүн сонгон авахад хүү ба охин байх магадлал 0,5 бол энэ анги хэдэн хүүхэдтэй вэ?

5. $||4^x - 3| - 2| = 1$ тэгшитгэл хэдэн бодит шийдтэй вэ?
6. $x^2 - x - 2018 = 0$ тэгшитгэлийн язгуурууд нь m ба n байг. Тэгвэл $n^2 + m$ утгыг ол.
7. $b_1; b_2; b_3; b_4$ тоонууд геометрийн прогрессийн дараалсан гишүүд ба харгалзан 6;7;6;1-ийг нэмбэл арифметик прогресс үүсгэнэ. $b_1 + b_2 + b_3 + b_4$ нийлбэрийг ол.
8. Болдод хэдэн ширхэг 1×1 хэмжээтэй квадрат хавтан байжээ. Тэрээр $n \times n$ хэмжээтэй квадрат дүрсийг хавтангуудаараа хийвэл цаана нь 64 ширхэг хавтан үлдэнэ. Харин $(n + 1) \times (n + 1)$ хэмжээтэй квадрат дүрс хийхэд Болдод 25 хавтан нэмж хэрэгтэй бол түүнд хэдэн хавтан байсан бэ?
9. Үдэшлэгт ирсэн хүмүүс гар барилцжээ. Хүн бүр яг 20 хүнтэй гар барьсан, гар барьсан аль ч хоёр хүнийг авч үзэхэд тэр хоёртой гар барьсан яг нэг хүн байдаг, гар бариагүй аль хоёр хүнийг авч үзэхэд тэр хоёртой гар барьсан яг 6 хүн байдаг бол үдэшлэгт хэдэн хүн ирсэн бэ?
10. $\sphericalangle BAC = 48^\circ$; $\sphericalangle CAD = 16^\circ$; $\sphericalangle CBD = 30^\circ$ байх гүдгэр $ABCD$ дөрвөн өнцөгт өгөгджээ. $AB = AD$ бол $\sphericalangle ACD$ өнцгийн хэмжээг ол.

МАТЕМАТИКИЙН БАГШ

1. Усан санг 4 цоргоор дүүргэж болно. Хэрэв 1 ба 2-р цоргыг хамтад нь ажиллуулбал усан санг 2 цагт дүүргэнэ. 2 ба 3-р цоргыг хамтад нь ажиллуулбал усан санг 3 цагт дүүргэнэ. 3 ба 4-р цоргыг хамтад нь ажиллуулбал 4 цагт дүүргэнэ. 1 ба 4-р цоргыг хамтад нь ажиллуулбал усан санг хэдэн цагт дүүргэх вэ?
2. $\sqrt{3} \cdot z^{n+1} - z^n - 1 = 0$ тэгшитгэл $|z| = 1$; $z \in \mathbb{C}$ шийдтэй байх хамгийн бага эерэг бүхэл n -г ол.
3. $1, 3, 4, 9, 10, 12, 13, \dots$ ($= 3^0; 3^1; 3^0 + 3^1; 3^2; 3^0 + 3^2; 3^1 + 3^2; 3^0 + 3^1 + 3^2; \dots$) гэсэн өсөх эрэмбэтэй тоон дараалал нь 3-ын зэрэгтээс болон боломжит бүх зэрэгтийн нийлбэрээс бүтнэ. Тэгвэл дарааллын 100-р тоо хэд байж болох вэ?
4. УБ хотоос Х хот хүрдэг хурдны замын км тутамд Х хот хүртэл хэдэн км үлдсэнийг тэмдэглэсэн шон байв. УБ хотоос гарсан тогтмол хурдтай машин 9 цагт $\overline{АБВ}$ тоо бичигдсэн шонгийн хажуугаар, 12 цагт $\overline{ВВА}$ тоо бичигдсэн шонгийн хажуугаар, 15 цагт $\overline{ВАВ}$ тоо бичигдсэн шонгийн хажуугаар гарчээ. /А,Б,В нь ялгаатай цифрүүд/ Машины хурдыг ол.
5. Гурвалжны медианууд нь 9,12,15 бол талбайг ол.
6. 23×23 хэмжээтэй шалыг 1×1 , 2×2 , 3×3 хэмжээтэй хавтангуудаар бүрэн хучих хэрэгтэй болов. 1×1 хавтан хамгийн цөөндөө хэд хэрэгтэй вэ?
7. Гурван оронтой тооны есний нэг нь уг тооны голын тоог дарахад үүссэн хоёр оронтой тоотой тэнцүү байх гурван оронтой тоо хэд байх вэ?
8. $A_0 A_1$ нэгж ба A_n цэг нь $A_{n+1} A_{n+2}$ хэрчмийн дундаж байхаар шулуун дээр A_0, A_1, A_2, \dots цэгүүдийг тэмдэглэв. Энд n –сөрөг биш бүхэл тоо. Тэгвэл $A_0 A_{11}$ хэрчмийн уртыг олоорой.

ЭЦЭГ ЭХ

1. Самбарт бичигдсэн дэс дараалсан 4 тооны аль нэг хоёрын үржвэрээс үлдсэн хоёр тооны үржвэрийг хасахад 2021 гарчээ. Самбарт ямар тоонууд бичигдсэн тоонуудын хамгийн бага нь хэд бэ?
 2. Үнсгэлжин үнснээс вандуй ялгах үед тагтаанууд түүнд тусласан. Онцгой хурдан 1-р тагтаа нисэхээсээ өмнө бүх вандуйн $\frac{1}{4}$ -ийг ялгасан байна. Дараагийн гурван тагтаа нийлээд үлдсэн вандуйны хагасыг ялгаад нисэж явжээ. Дараа нь 48 тагтаа нисэж ирээд тав тавыг ялгахад бүх ажил дууссан бол анх үнсэнд хэдэн вандуй байсан бэ?
 3. Долоон тойрог дотор шугам бүрийн дагуу байх тоонуудын нийлбэр тэнцүү байхаар 3,4,5,6,7,8,9 тоог байрлуулна. Тэгвэл ? оронд байх боломжит бүх тоонуудын нийлбэрийг ол.
- 
4. 7x11 нэгж хэмжээтэй тэгш өнцөгт өгөв. Түүний гурван талыг шүргэсэн хоёр тойрог байна. Тэгвэл уг хоёр тойргийн төвийн хоорондох зайг ол.
- 
5. Шулуун дээр зүүнээс баруун тийш 11 цэг тэмдэглэв. Эхний цэгээс бусад бүх цэгүүд хүртэлх зайнуудын нийлбэр нь 2018 нэгж байв. Мөн хоёрдугаар цэгээс бусад бүх цэгүүд хүртэлх зайнуудын нийлбэр нь 2000 нэгж гэнэ. /энд эхний цэгийг оролцуулна./ Тэгвэл нэг ба хоёрдугаар цэгийн хоорондох зай хэд вэ?
 6. Хоёр трактор хэсэг газрыг хамт хагалбал 12 цагт дуусгана. Нэгдүгээр трактор цагт 8 га хагалдаг. Хоёрдугаар трактор цагт хагалдаг газрын хэмжээгээ 4 га-аар нэмэгдүүлбэл уг газрыг нэгдүгээрээсээ 15 цагийн өмнө дуусгах боломжтой бол 2-р трактор цагт хэдэн га хагалдаг байсан вэ?
 7. Бат 1 км яваад 5 минут амардаг, Цэрэн 2 км яваад 5 минут амарч байсан ба Батын хурд Цэрэнгийн хурдаас $\frac{4}{3}$ дахин их байв. А хотоос тэд зэрэг гарч 50 км яваад В хотод зэрэг иржээ. Тэд хоёр хотын хооронд хэдэн минутад туулсан вэ?
 8. Эмээ ач нартаа чихэр тараав. Эхний ачдаа 1 чихэр ба үлдсэн чихрийн 10%-ийг, 2 дахь ачдаа 2 чихэр ба үлдсэний 10%-ийг, 3 дахь ачдаа 3 чихэр ба үлдсэний 10%-ийг гэх мэтчилэн чихрээ дуустал тараасны дараа ач нар бүгд тэнцүү тооны чихэртэй болсон байв. Эмээ хэдэн ачтай вэ?