



ММО-61, II Давааны I шат
F ангилал (11-12 анги)

I өдөр: 2024 оны 12 сарын 14

Бодлого F1. $(x^2 - 3)^2 = x + 3$ тэгшитгэлийг авч үзье.

- (1) Тэгшитгэлийн бүхэл шийдүүдийг ол.
- (2) Тэгшитгэлийн бүхэл биш шийдүүдийн үржвэрийг ол.

Бодлого F2. $n \geq 2$ гэе. $4 \times n$ хүснэгтийн нүднүүдийг уг хүснэгтийн аль ч 2×2 дэд хүснэгтэд яг нэг будагдсан нүд байхаар хэчнээн янзаар будаж болох вэ?

Бодлого F3. Натурал тоон олонлогийг $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ гэж тэмдэглэе.

$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ функцийг хувьд $f(1) = 1$ ба $n \geq 2$ үед $f(f(n)) = 3f(n) - 2n$ ба $\frac{n-1}{f(n)-n}$ бүхэл байдаг бол $f(2024)$ утгыг ол.

II өдөр: 2024 оны 12 сарын 15

Бодлого F4. $n \geq 2$ ба $a^n = b^n + 61$ байдаг бүх бүхэл тоон (n, a, b) гурвалыг ол.

Бодлого F5. C оройн өнцөг нь мохоо байдаг, тойрогт багтсан $ABCD$ дөрвөн өнцөгт өгөгдөв. $BCDH$ параллелограмм байх H цэгийг авав. AH шулуун CD шулуунтай M цэгт, BC шулуунтай N цэгт огтлолцоно. H цэгийг дайрсан AC шулуунтай параллел шулуун, CD шулуунтай K цэгт, BC шулуунтай L цэгт огтлолцоно. Хэрэв K, L, M, N цэгүүд нэг тойрог дээр оршиж байвал $\angle ABC = 90^\circ$ байна гэж батал.

Бодлого F6. 2024×2024 хэмжээтэй хүснэгтийн нүднүүдийг 1×2 болон 2×1 хэмжээтэй доминогоор давхардалгүй хучсан ба сурагч хүснэгтийн аль нэг нүдэнд робот тавив. Робот доминогийн нэг нүднээс нөгөө нүдрүү шилжих ба шилжсэн чиглэлд нь дараагийн домино байвал тэр домино руу шилжинэ, дараагийн домино байхгүй бол хөдөлгөөнөө зогсооно. Робот хэсэг хугацааны дараа анх эхэлсэн байрандаа ирж чадах уу?