



ММО-61, II Давааны I шат
Е ангилал (9-10 анги)

I өдөр: 2024 оны 12 сарын 14

Бодлого Е1. 4×5 хүснэгтийн нүднүүдийг уг хүснэгтийн аль ч 2×2 дэд хүснэгтэд яг нэг будагдсан нүд байхаар хэчнээн янзаар будаж болох вэ?

Бодлого Е2. $x^4 + x^3 + x^2 + x = y^6 + 61$ тэгшитгэл бүхэл тоон шийдгүй гэж батал.

Бодлого Е3. $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$ байдаг $ABCD$ дөрвөн өнцөгтийн диагоналиуд P цэгт огтлолцоно. P цэгийг дайрсан AD талтай параллел шулуун BC шулуунтай K цэгт, P цэгийг дайрсан AB талтай параллел шулуун DC шулуунтай L цэгт огтлолцоно. KLC гурвалжныг багтаасан тойргийг ω гэе. AC шулуун ω тойрогтой дахин E цэгт огтлолцоно. KL шулуун AB шулуунтай M цэгт, AD шулуунтай N цэгт огтлолцоно. ω тойрог EM шулуунтай дахин Q цэгт, EN шулуунтай дахин R цэгт огтлолцдог бол $QR = KL$ гэж батал.

II өдөр: 2024 оны 12 сарын 15

Бодлого Е4. BC, AD талууд нь тэнцүү урттай байдаг $ABCD$ дөрвөн өнцөгт өгөгджээ. $BC = CE = DE$ байдаг E цэгийг E болон A цэгүүд CD шулууны хоёр өөр талд оршиж байхаар авав. Хэрэв $\angle BAE + \angle CBE = 90^\circ$ байсан бол $\angle ABE + \angle DAE = 90^\circ$ гэж батал.

Бодлого Е5. $P(X) = X^5 + 61X + 2025$ олон гишүүнтийг бүхэл коэффициенттой хоёр тогтмол биш олон гишүүнтийн үржвэрт тавьж болохгүй гэж батал.

Бодлого Е6. 2024×2024 хэмжээтэй хүснэгтийн нүднүүдийг 1×2 болон 2×1 хэмжээтэй доминогоор давхардалгүй хучсан ба сурагч хүснэгтийн аль нэг нүдэнд робот тавив. Робот доминогийн нэг нүднээс нөгөө нүдрүү шилжих ба шилжсэн чиглэлд нь дараагийн домино байвал тэр домино руу шилжинэ, дараагийн домино байхгүй бол хөдөлгөөнөө зогсоно. Робот хэсэг хугацааны дараа анх эхэлсэн байрандаа ирж чадах уу?