

12-р анги МАТЕМАТИК ТҮЛХҮҮР

Даалгавар №	А хувилбар	В хувилбар	Оноо	Дүгнэх аргачлал
1	Е	В	2	Сонголтоор оноо өгнө.
2	Д	Е	1	Сонголтоор оноо өгнө.
3	Д	В	2	Сонголтоор оноо өгнө.
4	С	С	1	Сонголтоор оноо өгнө.
5	Д	Е	3	Сонголтоор оноо өгнө.
6	В	С	2	Сонголтоор оноо өгнө.
7	Е	А	2	Сонголтоор оноо өгнө.
8	А	А	1	Сонголтоор оноо өгнө.
9	С	Д	1	Сонголтоор оноо өгнө.
10	В	С	2	Сонголтоор оноо өгнө.
11	С	Д	2	Сонголтоор оноо өгнө.
12	Д	Е	1	Сонголтоор оноо өгнө.
13	С	В	2	Сонголтоор оноо өгнө.
14	-	-	3	Бодолтын загвар харж оноо өгнө
15	Д	Е	2	Сонголтоор оноо өгнө.
16	А	А	1	Сонголтоор оноо өгнө.
17	Е	С	2	Сонголтоор оноо өгнө.
18	В	С	1	Сонголтоор оноо өгнө.
19	С	А	2	Сонголтоор оноо өгнө.
20	Е	В	1	Сонголтоор оноо өгнө.
21	Д	А	2	Сонголтоор оноо өгнө.
22	-	-	3	Бодолтын загвар харж оноо өгнө
23	-	-	1	Бодолтын бичиглэл харж оноо өгнө
24	-	-	2	Бодолтын бичиглэл харж оноо өгнө
25	-	-	3	Бодолтын бичиглэл харж оноо өгнө
			45	

12-р анги А хувилбар

1. Илэрхийлэл хялбарчил. $(y^2 + \sqrt{y}) \cdot \frac{\sqrt{y}-1}{y\sqrt{y}-y+\sqrt{y}}$ / 2 оноо /

- A. $1 - \sqrt{y}$ B. $1 + \sqrt{y}$ C. $1 - y$ D. $\sqrt{y}$ E. $y - 1$

Бодолт: $(y^2 + \sqrt{y}) \cdot \frac{\sqrt{y}-1}{y\sqrt{y}-y+\sqrt{y}} = \sqrt{y} \left(y^{\frac{3}{2}} + 1 \right) \cdot \frac{\sqrt{y}-1}{\sqrt{y}(y-\sqrt{y}+1)} = \left(y^{\frac{3}{2}} + 1 \right) \cdot \frac{\sqrt{y}-1}{(y-\sqrt{y}+1)}$;

$\left(y^{\frac{3}{2}} + 1 \right) = \left(y^{\frac{1}{2}} \right)^3 + 1 = \left(y^{\frac{1}{2}} + 1 \right) \left(\left(y^{\frac{1}{2}} \right)^2 - y^{\frac{1}{2}} + 1 \right)$ болж анхны илэрхийлэлд орлуулахад
 $\left(y^{\frac{1}{2}} + 1 \right) (\sqrt{y} - 1) = y - 1$

2. $9 - |x + 3| = 2x$ тэгшитгэлийг бод. / 1 оноо /

- A. {4; 12} B. {2; 12} C. {3; 12} D. {2} E. {12}

Бодолт: $|x + 3| = 9 - 2x$ хэлбэртэй бичиж болно. $|x + 3| = \begin{cases} x > -3; & x + 3 \\ x < -3; & -x - 3 \end{cases}$ буюу

$\begin{cases} x + 3 = 9 - 2x; & x > -3 \\ -x - 3 = 9 - 2x; & x < -3 \end{cases}$ эндээс $\begin{cases} 3x = 6; & x > -3 \\ x = 12; & x < -3 \end{cases}$ эндээс $x = 2$ гэсэн цор ганц шийдтэй.

3. $4x^3 - 6x^2 + 4x - 9$ олон гишүүнтийг $(x - 2)$ -д хуваахад гарах үлдэгдлийг ол. / 2 оноо /

- A. 2 B. 3 C. 6 D. 7 E. 9

Бодолт: Өнцөглөн хуваах аргаар шийдэхэд:

$4x^3 - 6x^2 + 4x - 9$	$x - 2$
$-(4x^3 - 8x^2)$	$4x^2 + 2x + 8$
$2x^2 + 4x$	
$-(2x^2 - 4x)$	
$8x - 9$	
$-(8x - 16)$	
7	

4. $\log_{\frac{1}{4}}[(\log_2 3)(\log_3 4)]$ илэрхийллийн утга аль нь вэ? / 1 оноо /

- A. -1 B. $\frac{1}{2}$ C. -2 D. $-\frac{1}{2}$ E. 2

Бодолт: $\log_{\frac{1}{4}}[(\log_2 3)(\log_3 4)] = ?$ $(\log_2 3)(\log_3 4) = (\log_2 3) \cdot \frac{\log_2 4}{\log_2 3} = \log_2 2^2 = 2$ болж $\log_{\frac{1}{4}} 2 = \log_{\frac{1}{4}} \left(\frac{1}{4} \right)^{-2} = -2$

5. $(\log_{0.2} x)^2 - 2\log_{0.2} x - 3 \leq 0$ тэнцэтгэл бишийн шийд аль нь вэ? / 3 оноо /

- A. $[-1; 3]$ B. $[-3; 1]$ C. $\left[\frac{1}{5}; 125 \right]$ D. $\left[\frac{1}{125}; 5 \right]$ E. $\left[\frac{1}{8}; 2 \right]$

Бодолт: $(\log_{0.2} x)^2 - 2\log_{0.2} x - 3 \leq 0$ тэгшитгэлд $\log_{0.2} x = z$ орлуулга хийж $z^2 - 2z - 3 \leq 0$; $(z - 3)(z + 1) \leq 0$; $-1 \leq z \leq 3$ $-1 \leq \log_{0.2} x \leq 3$; $-1 \leq \log_{\frac{1}{5}} x \leq 3$; $-1 \leq -\log_5 x \leq 3$; $-3 \leq$

$\log_5 x \leq 1$; $-\log_5 125 \leq \log_5 x \leq \log_5 5$; $\log_5 \frac{1}{125} \leq \log_5 x \leq \log_5 5$; $\frac{1}{125} \leq x \leq 5$

6. $f(x) = 5^{3x-1} - 25$ функцийн хувьд $f^{-1}(100)$ хэдтэй тэнцүү вэ? / 2 оноо /

- A. 2 B. $\frac{4}{3}$ C. 1.3 D. $\frac{1}{5^{299}-25}$ E. $\frac{1}{3}$

Бодолт. Урвуу функцийн чанар ёсоор $100 = 5^{3x-1} - 25$; $5^{3x-1} = 125 = 5^3$; $3x - 1 = 3$; $3x = 4$; $x = \frac{4}{3}$ байна.

7. $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$ бол $4A + 3E$ ол. / 2 оноо/

- A. $\begin{pmatrix} 16 & 4 \\ 24 & 11 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 19 & 4 \\ 24 & 8 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 19 & -4 \\ 24 & 2 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 19 & 4 \\ 24 & 6 \end{pmatrix}$ E. $\begin{pmatrix} 19 & 4 \\ 24 & 11 \end{pmatrix}$

Бодолт: $4A + 3E = 4 \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 & 4 \\ 24 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19 & 4 \\ 24 & 11 \end{pmatrix}$

8. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ матриц үржвэрийг ол. / 1 оноо /

- A. $\begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 9 & 14 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -3 & 14 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} -1 & 8 \\ 9 & -2 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 9 & 8 \end{pmatrix}$ E. $\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$

Бодолт: $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 1 + 1 \cdot 3 & 2 \cdot 2 + 1 \cdot 4 \\ 3 \cdot 1 + 2 \cdot 3 & 3 \cdot 2 + 2 \cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 9 & 14 \end{pmatrix}$

9. 2; 5; 8; 11 ... дарааллын 10-р гишүүнийг ол. / 1 оноо/

- A. 23 B. 27 C. 29 D. 32 E. 35

Бодолт: 2; 5; 8; 11 ... дараалал нь 3-ээр нэмэгдэж байгаа тоонуудын дараалал болохыг ажиглаж болно. Иймд ялгавар нь 3 байр арифметик прогресс гэж дүгнэнэ. Арифметик прогрессийн ерөнхий гишүүн нь $a_n = a_1 + (n - 1)d$ томъёонд $a_{10} = a_1 + (10 - 1) \cdot 3 = 2 + 9 \cdot 3 = 29$

10. $y = 3x + 1$ шулуунтай паралель бөгөөд координатын эхийг дайрсан шулууны тэгшитгэл аль нь вэ? / 2 оноо/

- A. $y = \frac{1}{3}x + 1$ B. $y = 3x$ C. $y = \frac{1}{3}x$ D. $y = -\frac{1}{3}x$ E. $y = -3x$

Бодолт: Шулуунууд паралель байх нөхцөл нь налалтууд нь тэнцүү. $y = 3x + 1$ шулуунтай перпендикуляр шулуун нь $y = 3x + c$ хэлбэртэй байх ба координатын эхийг дайрч байна гэдгээс $c = 0$ болно. Уг шулуун нь $y = 3x$ болно.

11. $x^2 + bx + c = 0$ тэгшитгэлийн нэг шийд нь $1 + 3i$ бол c тоог олоорой. / 2 оноо/

- A. -10 B. -8 C. 10 D. 8 E. 9

Бодолт: нэг шийд нь $1 + 3i$ бол нөгөө шийд нь $1 - 3i$ байна. Эмхэтгэсэн квадрат тэгшитгэл учир Виетийн теорем ёсоор $x_1 x_2 = c$ бөгөөд $(1 + 3i)(1 - 3i) = 1 - (3i)^2 = 1 + 9 = 10$

12. $z = 1 + 2i$; $w = 2 - i$ бол $|3z - 2w|$ -ын утга аль нь вэ? / 1 оноо /

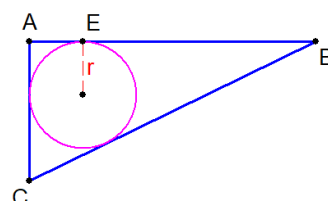
- A. 5 B. 6 C. 18 D. $\sqrt{65}$ E. $\sqrt{71}$

Бодолт: $|3z - 2w| = |3(1 + 2i) - 2(2 - i)| = |3 + 6i + 4 - 2i| = |7 + 4i| = \sqrt{7^2 + 4^2} = \sqrt{49 + 16} = \sqrt{65}$

13. Тэгш өгцөгт гурвалжны катетууд 15 ба 8 бол багтсан тойргийн радиус хэд вэ? / 2 оноо /

- A. 6 B. 5 C. 3 D. 4 E. $\frac{3}{2}$

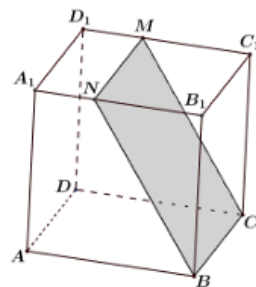
Бодолт: Өгсөн нөхцөлөөр $AB = 15$; $AC = 8$ байх ба Пифогорын теоремоор $BC^2 = 15^2 + 8^2 = 225 + 64 = 289$ буюу $BC = 17$;



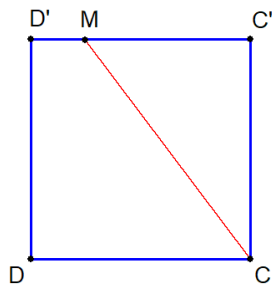
Багтаасан тойргийн радиус $r = \frac{2S}{a+b+c}$ байх бөгөөд гурван тал нь мэдэгдэж байна. Мөн талбай

нь $S = \frac{15 \cdot 8}{2} = 60$ эдгээрийг томъёондоо орлуулбал $r = \frac{2 \cdot 60}{8+15+17} = \frac{120}{40} = 3$

14. Зурагт өгөгдсөн кубийн A_1B_1 ба D_1C_1 ирмэгүүд дээр харгалзан N, M цэгүүдийг $A_1N:NB_1 = 2:3$; $D_1M:MC_1 = 2:3$ байхаар авчээ. Кубийг $MNBC$ хавтгайгаар огтлоход үүссэн BB_1NCC_1M ба $ABNA_1DCMD_1$ призмүүдийн эзлэхүүнийг харьцааг ол. / 3 оноо /



Бодолт. Бодлогыг хялбарлахын тулд /призмийг цааг нь хэвтүүлэн / DCC_1D_1 суурьтай гэвэл призмийн эзлэхүүний харьцаа болох бодлого



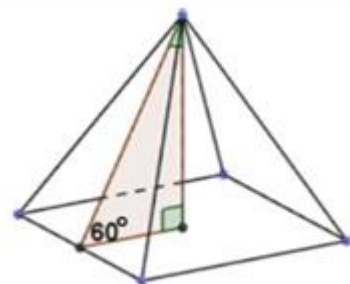
квадратын нэг талыг 5 хуваасны хоёр дээр орших цэг ба нөгөө оройг холбосон хэрчмээр хуваагдсан гурвалжин ба трапецийн талбайн харьцаа олох бодлогод шилжиж байна. Зураг дээр трапец болон гурвалжны өндрийг квадратын талаар авч сууриудыг хуваагдсан хэсгээр авч үзнэ. Квадратын талыг a гэвэл $MC'C$ гурвалжны талбай $S_T = \frac{\frac{3}{5}a \cdot a}{2} = \frac{3}{10}a^2$; $DCMD'$ трапецийн талбай $S_T = \frac{\frac{2}{5}a+a}{2} \cdot a = \frac{7}{10}a^2$ болно. Эдгээрийн талбайн харьцааа 3:7

байна.

15. Зөв дөрвөн өнцөгт пирамидын хажуу талс суурьтай 60° өнцөг үүсгэнэ. Суурийн тал нь 4 см хажуу ирмэгийн уртыг ол. / 2 оноо /

- A. $3\sqrt{5}$ см B. $4\sqrt{5}$ см C. $\sqrt{5}$ см **D. $2\sqrt{5}$ см** E. $\sqrt{3}$ см

Бодолт: Хүрэн гурвалжингийн суурь /богино катет/ 2 гэдэг нь шууд харагдана. Гипотенуз нь $\cos 60^\circ = \frac{2}{x}$ -с $x = \frac{2}{\cos 60^\circ} = 4$ болох ба хажуу талс нь адил хажуут гурвалжин байх ба 2 ба 4 гэсэн катетууд бүхий тэгш өнцөгт гурвалжинд хуваагдана. Энэхүү хажуу талст дахь тэгш өнцөгт гурвалжины гипотенуз нь пирамидын хажуу ирмэг болно. Пифагорын теорем хэрэглэвэл $y = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$



16. $\vec{a} = (-2; -3; 4)$; $\vec{b} = (2; -3; -4)$ бол $\vec{a} - \vec{b} = ?$ / 1 оноо /

- A. $(-4; 0; 8)$** B. $(4; -4; 0)$ C. $(-2; 6; -8)$ D. $(4; 0; -6)$ E. $(2; -4; 8)$

Бодолт: Нэмэх үйлдэл харгалзах координатуудыг нэмнэ. $\vec{a} - \vec{b} = (-2; -3; 4) - (2; -3; -4) = (-4; 0; 8)$

17. $\vec{a} = (3; p; -2p)$; $\vec{b} = (6; p+4; 3)$; $\vec{c} = (p-1; 2; q)$ байв. $\vec{b} - \vec{a}$ вектор $\vec{c}$ вектортой паралель бол p, q -ийн утгыг ол. / 2 оноо /

- A. $p = 1$, $q = -1.6$ B. $p = 2.5$, $q = 16$ C. $p = 7$, $q = 8.5$
D. $p = 4$, $q = 11$ **E. $p = 2.5$, $q = 4$**

Бодолт: $\vec{b} - \vec{a} = (6; p+4; 3) - (3; p; -2p) = (3; 4; 3+2p)$ байна. Хоёр вектор паралель харгалзах координатуудын харьцаа ижил байна. $(3; 4; 3+2p)$; $(p-1; 2; q)$ векторууд паралель байна гэдгээс $\frac{3}{p-1} = \frac{4}{2} = \frac{3+2p}{q}$ байна. $\frac{3}{p-1} = 2$; $\frac{3+2p}{q} = 2$ буюу $3 = 2p - 2$; $p = 2.5$ мөн $3 + 2p = 2q$; $3 + 5 = 2q$; $8 = 2q$; $q = 4$

18. $y = 3x^2 + 2x - 1$ функцийн $x_0 = 2$ цэг дээрх уламжлалын утга аль нь вэ? /1 оноо/

A. 15 **B. 14** C. 13 D. 12 E. 11

Бодолт. $y = 3x^2 + 2x - 1$ –ийн уламжлал нь $y' = 6x + 2$ ба $y'_0 = 6 \cdot 2 + 2 = 14$

19. $f(x) = \sqrt{(x-3)(x+5)}$ функцийн уламжлалын $x_0 = 4$ цэг дээрх утгыг олоорой. /2 оноо/

A. $\frac{7}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ **C. $\frac{5}{3}$** D. $\frac{4}{5}$ E. $\frac{6}{5}$

Бодолт: $f(x) = \sqrt{(x-3)(x+5)}$ функцийг $f(x) = (x^2 + 2x - 15)^{\frac{1}{2}}$ хэлбэртэй бичиж болно. $f'(x) = \frac{1}{2}(x^2 + 2x - 15)^{-\frac{1}{2}} \cdot (2x + 2)$ болно. $f'(4) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{(4^2 + 2 \cdot 4 - 15)}} \cdot (2 \cdot 4 + 2) = \frac{5}{\sqrt{1+8}} = \frac{5}{3}$

20. $\int (6x^2 + 4x) dx$ интеграл бод. /1 оноо/

A. $x^3 + 2x^2 + c$ B. $2x^3 + x^2 + c$ C. $x^3 + x^2 + c$ D. $2x^3 + 2x^2$ **E. $2x^3 + 2x^2 + c$**

Бодолт: $\int (6x^2 + 4x) dx = 6 \cdot \frac{1}{3} \cdot x^3 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot x^2 + c = 2x^3 + 2x^2 + c$

21. $\int_1^3 \frac{dx}{3x-2} =$ интегралыг бод. /2 оноо/

A. $\ln^3 \sqrt{6}$ B. $\ln \sqrt{7}$ C. $\ln \sqrt{5}$ **D. $\ln^3 \sqrt{7}$** E. $\ln^3 \sqrt{5}$

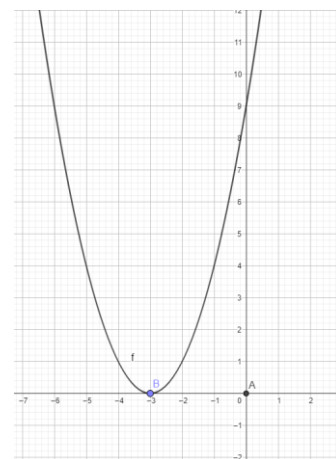
Бодолт: $\int_1^3 \frac{dx}{3x-2} = \int_1^3 \frac{1}{3} \cdot \frac{d(3x-2)}{3x-2}$ гэж бичиж болох ба энд $y = 3x - 2$ гэсэн орлуулга хийвэл $\frac{1}{3} \int_1^7 \frac{dy}{y} = \frac{1}{3} \ln y \Big|_1^7 = \frac{1}{3} (\ln 7 - \ln 1) = \frac{1}{3} \ln 7 = \ln^3 \sqrt{7}$

22. $y = x^2 + 6x + 9$ муруй ба түүнд координатыг эхийг дайруулан татсан шүргэгч шулуунаар хязгаарлагдсан дүрсийн талбайг ол. /3 оноо/

Бодолт: график дээрээс харвал координатын эхийг дайрсан уг муруйн шүргэгч шулуун нь $0x$ тэнхлэг болно.

Бидний олох дүрсийн талбай $\int_{-3}^0 (x^2 + 6x + 9) dx$ болно.

$$\int_{-3}^0 (x^2 + 6x + 9) dx = \left(\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 9x \right) \Big|_{-3}^0 = \left(\frac{1}{3} \cdot 0^3 + \frac{1}{2} \cdot 0^2 + 9 \cdot 0 \right) - \left(\frac{1}{3} \cdot (-3)^3 + \frac{1}{2} \cdot (-3)^2 + 9 \cdot (-3) \right) = 9 - \frac{9}{2} + 27 = 36 - \frac{9}{2} = \frac{63}{2}$$



23. Цүнхэнд байгаа 10 балны 3 нь шинэ байв. Санамсаргүйгээр 2 бал авахад хоёулаа шинэ байх магадлалыг ол. /1 оноо/

Бичиглэл харна.

24. Хуучин CD зардан дэлгүүрийн 5 CD тутмын нэг нь гэмтэлтэй. Санамсаргүйгээр 15 CD авахад 2 нь гэмтэлтэй байх магадлалыг ол. /2 оноо/

Бичиглэл харна.

25. Сагсан бөмбөгийн дугуйланд 18 сурагч хамрагдсан ба тэднийг нас насаар нь ангилсныг давтамжийн хүснэгтээр харуулав. Хэрэв тэдний дундаж нас 12 бол $[12; 14[$ настай хэдэн сурагч дугуйланд хамрагдсан бэ? /3 оноо/

Нас	$[8 - 10[$	$[10 - 12[$	$[12 - 14[$	$[14 - 16[$
давтамж	5	a	b	4

Бичиглэл харна.

12-р анги В хувилбар

1. Илэрхийлэл хялбарчил. $\frac{c\sqrt{c}+c+\sqrt{c}}{\sqrt{c}+1} \cdot \frac{1}{c^2-\sqrt{c}}$ / 2 оноо /

- A. $\frac{1}{c+1}$ B. $\frac{1}{c-1}$ C. $\frac{1}{1-c}$ D. $c+1$ E. $c-1$

Бодолт: $\frac{c\sqrt{c}+c+\sqrt{c}}{\sqrt{c}+1} \cdot \frac{1}{c^2-\sqrt{c}} = \frac{\sqrt{c}(c+\sqrt{c}+1)}{(\sqrt{c}+1)} \cdot \frac{1}{\sqrt{c}\left(\left(\frac{1}{c^2}\right)^3-1\right)} = \frac{(c+\sqrt{c}+1)}{(\sqrt{c}+1) \cdot (\sqrt{c}-1)(c+\sqrt{c}+1)} = \frac{1}{c-1}$

2. $8 - |x + 2| = 2x$ тэгшитгэлийг бод. / 1 оноо /

- A. {2; 10} B. {2; 8} C. {4} D. {2; 5} E. {2}

Бодолт: $8 - 2x = |x + 2|$ хэлбэртэй бичиж болно. $|x + 2| = \begin{cases} x + 2 ; x > -2 \\ -x - 2 ; x < -2 \end{cases}$ буюу

$\begin{cases} 8 - 2x = x + 2 ; x > -2 \\ 8 - 2x = -x - 2 ; x < -2 \end{cases}$ эндээс $\begin{cases} 6 = 3x ; x > -2 \\ 10 = x ; x < -2 \end{cases}$ буюу эндээс $x = 2$ гэсэн цор ганц шийдтэй

3. $2x^3 - 3x^2 + 3x + 6$ олон гишүүнтийг $(x + 1)$ -д хуваахад гарах үлдэгдлийг ол. / 2 оноо /

- A. -3 B. -2 C. 2 D. 3 E. 6

Бодолт: Өнцөглөн хуваах аргаар шийдэхэд

$2x^3 - 3x^2 + 3x + 6$		$x + 1$
$-(2x^3 + 2x^2)$		$2x^2 - 5x + 8$
$-5x^2 + 3x$		
$-(-5x^2 - 5x)$		
$8x + 6$		
$-(8x + 8)$		
-2		

4. $\log_3 64 \cdot \left(\log_2 \frac{1}{27}\right)$ илэрхийллийн утга аль нь вэ? / 1 оноо /

- A. -3 B. -2 C. -18 D. 18 E. 12

Бодолт: $\log_3 64 \cdot \left(\log_2 \frac{1}{27}\right) = \frac{\log_2 64}{\log_2 3} \cdot \log_2 (3)^{-3} = \frac{\log_2 2^6}{\log_2 3} \cdot (-3) \log_2 3 = 6 \cdot (-3) = -18$

5. $(\log_{0.5} x)^2 + 2\log_{0.5} x - 3 \leq 0$ тэнцэтгэл бишийн шийд аль нь вэ? / 3 оноо /

- A. $[-1; 3]$ B. $[-3; 1]$ C. $\left[\frac{1}{8}; 2\right]$ D. $\left[\frac{1}{5}; 125\right]$ E. $\left[\frac{1}{2}; 8\right]$

Бодолт: $(\log_{0.5} x)^2 + 2\log_{0.5} x - 3 \leq 0$ тэнцэтгэл бишид $\log_{0.5} x = z$ гэсэн орлуулга хийвэл $z^2 + 2z - 3 \leq 0$ болно. $(z + 3)(z - 1) \leq 0$ буюу $-3 \leq z \leq 1$ болох ба $-3 \leq \log_{0.5} x \leq 1$; $-3 \leq \log_{\frac{1}{2}} x \leq 1$; $-3 \leq -\log_2 x \leq 1$; $-1 \leq \log_2 x \leq 3$; $\log_2 \frac{1}{2} \leq \log_2 x \leq \log_2 8$; $\frac{1}{2} \leq x \leq 8$

6. $f(x) = 2^{5x-3} - 28$ функцийг хувьд $f^{-1}(100)$ хэдтэй тэнцүү байх вэ?

- A. 7 B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. $\frac{1}{2^{497-28}}$ E. $\frac{1}{7}$

Бодолт: Урвуу функцийг чанар ёсоор $100 = 2^{5x-3} - 28$; $128 = 2^{5x-3}$; $2^7 = 2^{5x-3}$; $7 = 5x - 3$; $5x = 10$; $x = 2$

7. $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ бол $5A + 7E$ ол. / 2 оноо /

A. $\begin{pmatrix} -8 & 5 \\ -10 & 17 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 10 & 17 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 10 & 10 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 8 & -5 \\ -10 & 17 \end{pmatrix}$ E. $\begin{pmatrix} -8 & 5 \\ 10 & 17 \end{pmatrix}$

Бодолт: $5A + 7E = 5 \cdot \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} + 7 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -15 & 5 \\ -10 & 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 5 \\ -10 & 17 \end{pmatrix}$

8. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ матриц үржвэрийг ол. / 1 оноо /

A. $\begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 9 & 14 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -3 & 14 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} -1 & 8 \\ 9 & -2 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 9 & 8 \end{pmatrix}$ E. $\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$

Бодолт: $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 1 + 1 \cdot 3 & 2 \cdot 2 + 1 \cdot 4 \\ 3 \cdot 1 + 2 \cdot 3 & 3 \cdot 2 + 2 \cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 9 & 14 \end{pmatrix}$

9. 3; 7; 11; 15 ... дарааллын 10-р гишүүнийг ол. / 1 оноо /

A. 24 B. 30 C. 36 D. 39 E. 45

Бодолт: 3; 7; 11; 15 ... дараалал нь 4-ээр нэмэгдэж байгаа тоонуудын дараалал болохыг ажиглаж болно. Иймд ялгавар нь 4 байр арифметик прогресс гэж дүгнэнэ. Арифметик прогрессийн ерөнхий гишүүн нь $a_n = a_1 + (n - 1)d$ томъёонд $a_9 = a_1 + (10 - 1) \cdot 4 = 3 + 9 \cdot 4 = 39$

10. $y = 2x + 5$ шулуунтай перпендикуляр бөгөөд координатын эхийг дайрсан шулууны тэгшитгэл аль нь вэ? / 2 оноо /

A. $y = \frac{1}{2}x$ B. $y = -2x$ C. $y = -\frac{1}{2}x$ D. $y = \frac{1}{2}x + 1$ E. $y = 2x$

Бодолт: Шулуунууд перпендикуляр байх нөхцөл нь налалтуудын үржвэр -1-тэй тэнцүү. $y = 2x + 5$ шулуунтай перпендикуляр шулуун нь $y = -\frac{1}{2}x + c$ хэлбэртэй байх ба координатын эхийг дайрч байна гэдгээс $c = 0$ болно. Уг шулуун нь $y = -\frac{1}{2}x$ болно.

11. $x^2 + bx + c = 0$ тэгшитгэлийн нэг шийд нь $1 + 2i$ бол c тоог олоорой. / 2 оноо /

A. 3 B. -3 C. -5 D. 5 E. 4

Бодолт: нэг шийд нь $1 + 2i$ бол нөгөө шийд нь $1 - 2i$ байна. Эмхэтгээсэн квадрат тэгшитгэл учир Виетийн теорем ёсоор $x_1 x_2 = c$ бөгөөд $(1 + 2i)(1 - 2i) = 1 - (2i)^2 = 1 + 4 = 5$

12. $z = 3 + 2i$; $w = 5 - i$ бол $|3z - 2w|$ -ын утга аль нь вэ? / 1 оноо /

A. 25 B. 20 C. 18 D. $\sqrt{65}$ E. $\sqrt{17}$

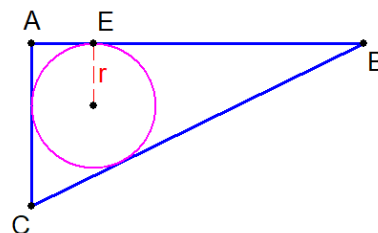
Бодолт: $|3z - 2w| = |3(3 + 2i) - 2(5 - i)| = |9 + 6i - 10 + 2i| = |-1 + 4i| = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{1 + 16} = \sqrt{17}$

13. Тэгш өнцөгт гурвалжны катетууд 24 ба 10 бол багтсан тойргийн радиус хэд вэ? / 2 оноо /

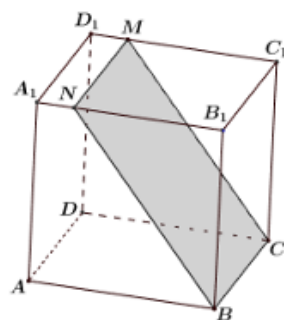
A. 5 B. 4 C. 6 D. 8 E. 2

Бодолт: Өгсөн нөхцөлөөр $AB = 24$; $AC = 10$ байх ба Пифогорын теоремоор $BC^2 = 24^2 + 10^2 = 576 + 100 = 676$ буюу $BC = 26$;

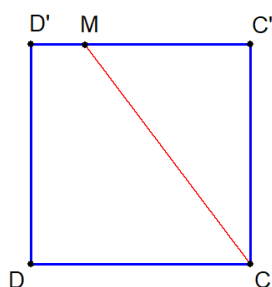
Багтаасан тойргийн радиус $r = \frac{2S}{a+b+c}$ байх бөгөөд гурван тал нь мэдэгдэж байна. Мөн талбай нь $S = \frac{24 \cdot 10}{2} = 120$ эдгээрийг томъёондоо орлуулбал $r = \frac{2 \cdot 120}{10 + 24 + 26} = \frac{240}{60} = 4$



14. Зурагт өгөгдсөн кубийн A_1B_1 ба D_1C_1 ирмэгүүд дээр харгалзан N, M цэгүүдийг $A_1N:NB_1 = 1:4$; $D_1M:MC_1 = 1:4$ байхаар авчээ. Кубийг $MNBC$ хавтгайгаар огтлоход үүссэн BB_1NCC_1M ба $ABNA_1DCMD_1$ призмүүдийн эзлэхүүнийг харьцааг ол. / 3 оноо /



Бодолт. Бодлогыг хялбарлахын тулд /призмийг цааг нь хэвтүүлэн / DCC_1D_1 суурьтай гэвэл призмийн эзлэхүүний харьцаа болох бодлого



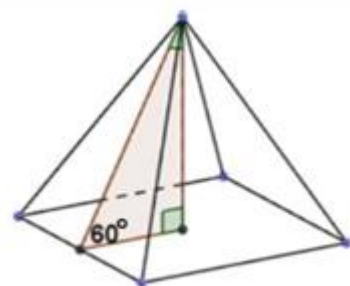
квадратын нэг талыг 5 хуваасны нэг дээр орших цэг ба нөгөө оройг холбосон хэрчмээр хуваагдсан гурвалжин ба трапецийн талбайн харьцаа олох бодлогод шилжиж байна. Зураг дээр трапец болон гурвалжны өндрийг квадратын талаар авч сууриудыг хуваагдсан хэсгээр авч үзнэ. Квадратын талыг a гэвэл $MC'C$ гурвалжны талбай $S_T = \frac{\frac{4}{5}a \cdot a}{2} = \frac{2}{5}a^2$; $DCMD'$ трапецийн талбай $S_T = \frac{\frac{1}{5}a + a}{2} \cdot a = \frac{3}{5}a^2$ болно. Эдгээрийн талбайн харьцааа 2: 3

байна.

15. Зөв дөрвөн өнцөгт пирамидын хажуу талс суурьтай 60° өнцөг үүсгэнэ. Суурийн тал нь 6 см хажуу ирмэгийн уртыг ол. / 2 оноо /

- A. $\sqrt{5}$ см B. $4\sqrt{5}$ см C. $5\sqrt{5}$ см D. $2\sqrt{5}$ см E. $3\sqrt{5}$ см

Бодолт: Хүрэн гурвалжингийн суурь /богино катет/ 3 гэдэг нь шууд харагдана. Гипотенуз нь $\cos 60^\circ = \frac{3}{x}$ -с $x = \frac{3}{\cos 60^\circ} = 6$ болох ба хажуу талс нь адил хажуут гурвалжин байх ба 3 ба 6 гэсэн катетууд бүхий тэгш өнцөгт гурвалжинд хуваагдана. Энэхүү хажуу талст дахь тэгш өнцөгт гурвалжины гипотенуз нь пирамидын хажуу ирмэг болно. Пифагорын теорем хэрэглэвэл $y = \sqrt{3^2 + 6^2} = \sqrt{9 + 36} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$



16. $\vec{a} = (-1; -2; 3)$, $\vec{b} = (1; -2; -3)$ бол $\vec{a} - \vec{b} = ?$ / 1 оноо /

- A. $(-2; 0; 6)$ B. $(0; -4; 0)$ C. $(-2; 0; -6)$ D. $(2; 0; -6)$ E. $(2; -4; 2)$

Бодолт: Нэмэх үйлдэл харгалзах координатуудыг нэмнэ. $\vec{a} - \vec{b} = (-1; -2; 3) - (1; -2; -3) = (-2; 0; 6)$

17. $\vec{a} = (-2; p; -3p)$; $\vec{b} = (4; p + 3; 3 + p)$; $\vec{c} = (2; p - 2; q)$ байв. $\vec{b} - \vec{a}$ вектор $\vec{c}$ вектортой параллель бол p, q -ийн утгыг ол. / 2 оноо /

- A. $p = 3$, $q = 45$ B. $p = 11$, $q = 135$ C. $p = 3$, $q = 5$
D. $p = 3$, $q = 48$ E. $p = 2$, $q = -1$

Бодолт: $\vec{b} - \vec{a} = (4; p + 3; 3 + p) - (-2; p; -3p) = (6; 3; 3 + 4p)$ байна. Хоёр вектор параллель харгалзах координатуудын харьцаа ижил байна. $(6; 3; 3 + 4p)$; $(2; p - 2; q)$ векторууд параллель байна гэдгээс $\frac{6}{2} = \frac{3}{p-2} = \frac{3+4p}{q}$ байна. $\frac{3}{p-2} = 3$; $\frac{3+4p}{q} = 3$ буюу $3 = 3p - 6$; $p = 3$ мөн $3 + 4p = 3q$; $3 + 12 = 3q$; $15 = 3q$; $q = 5$

18. $y = 5x^2 - 2x + 6$ функцийн $x_0 = -2$ цэг дээрх уламжлалын утга аль нь вэ? /1 оноо/

- A. -15 B. -20 C. -22 D. -24 E. -11

Бодолт. $y = 5x^2 - 2x + 6$ -ийн уламжлал нь $y' = 10x - 2$ ба $y'_0 = 10 \cdot (-2) - 2 = -22$

19. $f(x) = \sqrt{(x-2)(x+6)}$ функцийн уламжлалын $x_0 = 3$ цэг дээрх утгыг олоорой. / 2 оноо/

- A. $\frac{5}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$ E. $\frac{6}{5}$

Бодолт: $f(x) = \sqrt{(x-2)(x+6)}$ функцийг $f(x) = (x^2 + 4x - 12)^{\frac{1}{2}}$ хэлбэртэй бичиж болно. $f'(x) = \frac{1}{2}(x^2 + 4x - 12)^{-\frac{1}{2}} \cdot (2x + 4)$ болно. $f'(3) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{(3^2 + 4 \cdot 3 - 12)}} \cdot (2 \cdot 3 + 4) = \frac{5}{\sqrt{9}} = \frac{5}{3}$

20. $\int (9x^2 + 2x) dx$ интеграл бод. /1 оноо/

- A. $x^3 + 2x^2 + c$ B. $3x^3 + x^2 + c$ C. $x^3 + x^2 + c$ D. $3x^3 + 2x^2$ E. $3x^3 + 2x^2 + c$

Бодолт: $\int (9x^2 + 2x) dx = 9 \cdot \frac{1}{3} \cdot x^3 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot x^2 + c = 3x^3 + x^2 + c$

21. $\int_3^6 \frac{dx}{2x-3}$ интегралыг бод.

- A. $\ln^3 \sqrt{3}$ B. $\ln \sqrt{3}$ C. $\ln \sqrt{2}$ D. $\ln^3 \sqrt{2}$ E. $\ln^3 \sqrt{5}$

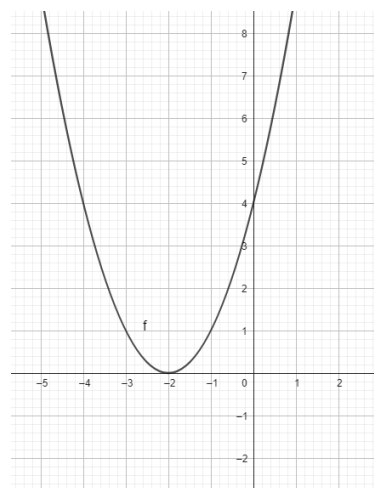
Бодолт: $\int_3^6 \frac{dx}{2x-3} = \int_3^6 \frac{1}{2} \cdot \frac{d(2x-3)}{2x-3}$ гэж бичиж болох ба энд $y = 2x - 3$ гэсэн орлуулга хийвэл $\frac{1}{2} \int_3^9 \frac{dy}{y} = \frac{1}{2} \ln y \Big|_3^9 = \frac{1}{2} (\ln 9 - \ln 3) = \frac{1}{2} \ln 3 = \ln^3 \sqrt{3}$

22. $y = x^2 + 4x + 4$ муруй ба түүнд координатыг эхийг дайруулан татсан шүргэгч шулуунаар хязгаарлагдсан дүрсийн талбайг ол. /3 оноо/

Бодолт: график дээрээс харвал координатын эхийг дайрсан уг муруйн шүргэгч шулуун нь $0x$ тэнхлэг болно.

Бидний олох дүрсийн талбай $\int_{-2}^0 (x^2 + 4x + 4) dx$ болно.

$$\int_{-2}^0 (x^2 + 4x + 4) dx = \left(\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}4x^2 + 4x \right) \Big|_{-2}^0 = \left(\frac{1}{3} \cdot 0^3 + \frac{1}{2} \cdot 0^2 + 4 \cdot 0 \right) - \left(\frac{1}{3} \cdot (-2)^3 + \frac{1}{2} \cdot (-2)^2 + 4 \cdot (-2) \right) = \frac{8}{3} - \frac{4}{2} + 8 = \frac{16-12+48}{6} = \frac{52}{6} = \frac{26}{3}$$



23. Цүнхэнд байгаа 10 балны 2 нь шинэ байв. Санамсаргүйгээр 2 бал авахад хоёулаа шинэ байх магадлалыг ол. / 1 оноо/

Бичиглэл харна.

24. Хуучин CD зардан дэлгүүрийн 5 CD тутмын нэг нь гэмтэлтэй. Санамсаргүйгээр 15 CD авахад 3 нь гэмтэлтэй байх магадлалыг ол. / 2 оноо/

Бичиглэл харна.

25. Сагсан бөмбөгийн дугуйланд 18 сурагч хамрагдсан ба тэднийг нас насаар нв ангилсныг давтамжийн хүснэгтээр харуулав. Хэрэв тэдний дундаж нас 12 бол $[12; 14[$ настай хэдэн сурагч дугуйланд хамрагдсан бэ? / 3 оноо/

Нас	$[8 - 10[$	$[10 - 12[$	$[12 - 14[$	$[14 - 16[$
давтамж	5	a	b	4

Бичиглэл харна.