



ММО-62, II Давааны I шат F ангилал (11-12 анги)

I өдөр: 2025 оны 12 сарын 13

Бодлого F1. $\overline{abcde} > \overline{edcba}$ байдаг тэгээр төгсөөгүй, таван оронтой тоо $\overline{abcde}$ хэд байх вэ? Тоонд цифр давтагдаж болно.

Бодлого F2. $3(p^2 - p) = q^6 - q^2$ байдаг бүх (p, q) анхны тоон хосыг ол.

Бодлого F3. $xy + yz + zx = 0$ байдаг x, y, z тоонуудын хувьд

$$(x^2 + y^2)(y^2 + z^2)(z^2 + x^2) \geq \frac{25}{2}x^2y^2z^2$$

байна гэж батал.

II өдөр: 2025 оны 12 сарын 14

Бодлого F4. Дараах нөхцөлүүдийг зэрэг хангадаг бүх тэг биш бүхэл тоон (m, n, k) гурвалыг ол.

$$\frac{121}{m^2} = \frac{12}{n} + \frac{1}{k} \quad \text{ба} \quad \frac{144}{n^2} = \frac{11}{m} + \frac{1}{k}$$

Бодлого F5. $AC > AB$ байх ABC гурвалжны BC талд перпендикуляр байх l шулуун BA цацрагийг A цэгээс цааш E цэгт, AC хэрчмийг F цэгт, BC талыг D цэгт огтолдог байг. Хэрэв ABC гурвалжныг багтаасан тойрог, AEF гурвалжныг багтаасан тойрогтой огтлолцох хоёр дахь цэг нь P бол DP шулуун l шулуунаас үл хамаарах тогтмол Q цэгийг дайрна гэж батал.

Бодлого F6. Хар өнгөөр будсан хоёр ширхэг нэгж квадратыг нэгж урттай хоёр хэрчмээр холбосон дүрсийг авч үзье. Квадрат хоорондын зайг хоосон гэж үзэх ба квадратууд хоорондоо нэгж зайтай байрлана (зурагт үзүүлэв).



$6 \times n$ хүснэгтийг энэ дүрсийг ашиглан дүрс давхардуулахгүйгээр зүйж хучих боломжийн тоог ол. Энд квадратын ирмэгүүд болон хэрчмүүд давхцахыг зөвшөөрнө. Жишээлбэл 4×1 хүснэгтийг ийм дүрсээр зөвхөн 1 янзаар давхардуулахгүйгээр зүйж хучиж болно.

