



ММО-62, II Давааны I шат Е ангилал (9-10 анги)

I өдөр: 2025 оны 12 сарын 13

Бодлого Е1. $\overline{abc} > \overline{cba}$ байдаг тэгээр төгсөөгүй гурван оронтой тоо $\overline{abc}$ хэд байх вэ? Тоонд цифр давтагдаж болно.

Бодлого Е2. $3^n = m! + 9$ байдаг бүх натурал тоон (m, n) хосыг ол. Энд $m! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot m$.

Бодлого Е3. $x + y + z = 0$ байдаг x, y, z тоонуудын хувьд

$$(x^2 + y^2)(y^2 + z^2)(z^2 + x^2) \geq \frac{25}{2}x^2y^2z^2$$

байна гэж батал.

II өдөр: 2025 оны 12 сарын 14

Бодлого Е4. $f(1) = 2, f(2) = 6$ байх рационал коэффициенттой $f(x) = ax^2 + bx + c$ квадрат гурван гишүүнт цор ганц язгууртай байх боломжгүйг харуул. Энд $a \neq 0$.

Бодлого Е5. ABC гурвалжинд BE, CF өндрүүд татав. A оройгоос татсан өндөр ABC гурвалжныг багтаасан тойрогтой D цэгт огтолцдог байг. AED гурвалжныг багтаасан тойрог, BEC гурвалжныг багтаасан тойрогтой E цэгээс ялгаатай P цэгээр огтлолцдог бол FP болон BC шулуунууд перпендикуляр гэж батал.

Бодлого Е6. Хар өнгөөр будсан хоёр ширхэг нэгж квадратыг нэгж урттай хоёр хэрчмээр холбосон дүрсийг авч үзье. Квадрат хоорондын зайг хоосон гэж үзэх ба квадратууд хоорондоо нэгж зайтай байрлана (зурагт үзүүлэв).



$4 \times n$ хүснэгтийг энэ дүрсийг ашиглан дүрс давхардуулахгүйгээр зүйж хучих боломжийн тоог ол. Энд квадратын ирмэгүүд болон хэрчмүүд давхцахыг зөвшөөрнө. Жишээлбэл 4×1 хүснэгтийг ийм дүрсээр зөвхөн 1 янзаар давхардуулахгүйгээр зүйж хучиж болно.