



ММО-62, II Давааны I шат

Т ангилал (Багш)

I өдөр: 2025 оны 12 сарын 13

Бодлого Т1. $n \geq 1$ сондгой тоо гэе. Тэгээр төгсөөгүй, n оронтой $\overline{a_1 a_2 \dots a_{n-1} a_n}$ тоог хөрвүүлэн бичихэд гарах $\overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1}$ тоог авч үзье.

- (1) $\overline{a_1 a_2 \dots a_{n-1} a_n} = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1}$ байдаг тэгээр төгсөөгүй, n оронтой тоо хэд байх вэ?
- (2) $\overline{a_1 a_2 \dots a_{n-1} a_n} \neq \overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1}$ байдаг тэгээр төгсөөгүй, n оронтой тоо хэд байх вэ?
- (3) $\overline{a_1 a_2 \dots a_{n-1} a_n} > \overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1}$ байдаг тэгээр төгсөөгүй, n оронтой тоо хэд байх вэ?

Бодлого Т2. Натурал n тооны цифрүүдийн нийлбэрийг $S(n)$ гэж тэмдэглэе.

$S(2^p) - S(2^{p+1}) = 1$ байх бүх p анхны тоог ол.

Бодлого Т3. Хурц өнцөгт ABC гурвалжныг багтаасан тойргийн A оройг агуулсан BC нумын дундаж цэг N , A оройг агуулаагүй BC нумын дундаж цэг M байг. M цэгийг дайрсан AM шулуунд перпендикуляр шулуун BC шулуунтай D цэгт огтлолцдог байв.

AM шулуун NB , NC , ND шулуунуудтай харгалзан P , Q , R цэгүүдээр огтлолцдог бол $PR = RQ$ гэж батал.

Бодлого Т4. ABC зөв гурвалжин дотор LMN жижиг зөв гурвалжныг M , N цэгүүд энэ дарааллаараа BC тал дээр оршихоор авав. $BM = 62$, $MN = AL$, $NC = 448$ байдаг бол BC талын уртыг ол.

Бодлого Т5. Бүгд нэгэн зэрэг тэг биш a , b , c тоонуудын нийлбэр 0 бол

$$2 \leq \frac{a^2}{b^2 + c^2} + \frac{b^2}{c^2 + a^2} + \frac{c^2}{a^2 + b^2} \leq \frac{12}{5}$$

байна гэж батал.

Бодлого Т6. Хар өнгөөр будсан хоёр ширхэг нэгж квадратыг нэгж урттай хоёр хэрчмээр холбосон дүрсийг авч үзье. Квадрат хоорондын зайг хоосон гэж үзэх ба квадратууд хоорондоо нэгж зайтай байрлана (зурагт үзүүлэв).



$8 \times n$ хүснэгтийг энэ дүрсийг ашиглан дүрс давхардуулахгүйгээр зүйж хучих боломжийн тоог a_n гэе. Энд квадратын ирмэгүүд болон хэрчмүүд давхцахыг зөвшөөрнө. Жишээлбэл 4×1 хүснэгтийг ийм дүрсээр зөвхөн 1 янзаар давхардуулахгүйгээр зүйж хучиж болно. Хангалттай том N натурал тооноос их n натурал тоо бүрийн хувьд

$$\left(\frac{5}{2}\right)^{2n} < a_n < 3^{2n}$$

байна гэж батал.

