УЛЗ САВ НУТГИЙН МАТЕМАТИКИЙН АНХДУГААР ОЛИМПИАДЫН СЭДЭВ

Улз сав нутгийн математикийн анхдугаар олимпиад Баян-Уулын 10 жилийн сургууль дээр 1992 оны 12 сарын 18-20-ны өдрүүдэд зохион явагдав.

7-р анги

Олимпиадад 3 сургуулийн 9 сурагч оролцож 30 онооноос 5 оноогоор Баян-Уул сургуулийн сурагч Х.Анхбаяр түрүүлж 4.5 оноогоор Баян-Уул сургуулийн сурагч М.Гантөмөр, 2.5 оноогоор Эрээн сургуулийн Ганчимэг нар удаах байруудыг эзлэв.

А1. /Г.Аюур/ $n \in N; n^5 - n$ илэрхийлэл 5-д хуваагдахыг батал

А2. /Б.Бямбаханд/ $1990^{1992}+1992^{1992}$ ба $2\bullet1991^{1992}$ хоёр тооны аль нь их вэ?

А3. /П.Энхцэцэг/ $73^{31}-74\bullet73^{30}+74\bullet73^{29}-\ldots+74\bullet73^{15}+15$

илэрхийллийн утгыг ол.

А4. /Т.Дашням/ А ба В суурин хоорондоо 12 км зайтай. Аялагч А суурингаас 9.25-д гарч В сууринд 13.15-д хүрсэн ба дараа өдөр нь В-ээс 11.00-д гарч А сууринд 14.40-д хүрчээ. Замд байдаг С пунктийг ирж очихдоо дайран өнгөрөхөд цагийн зүү адил байрлалыг зааж байжээ. А суурингаас С пункт хүртэлх зайг ол.

А5. /Б.Жаргал/ Тэгш өнцөгт гурвалжны нэг өнцөг нь 30^0. Гипотенузын дундажаас түүнд перпендикуляраар татсан шулууны катеттай огтолцсон цэг хүртэлх зай нь их катетаас 3 дахин бага болохыг батал.

A6. /Б.Бямбаханд/ $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=1991 \\ \frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1992 \\ \frac{1}{z}+\frac{1}{x}=1993 \end{cases}$ тэгшитгэлийн систем бод.

8-р анги

8-р ангийн төрөлд 3 сургуулийн 12 сурагч оролцож 12.5 оноогоор Баян-Уул сургуулийн сурагч Д.Оюунчимэг түрүүлж 7.5 оноогоор Баян-Уул сургуулийн Б.Батнасан, 5.5 оноогоор Эрээн сургуулийн сурагч Төмөрчулуун нар удаах байруудыг эзлэв.

B1. /Б.Бямбаханд/ Арифметик прогрессийн дараалсан дөрвөн гишүүний үржвэр дээр d^4-ийг нэмэхэд гүйцэд квадрат болохыг батал.

B2. /Г.Дарийм/ $(1+a)(1+a^2)(1+a^4)...(1+a^{1024})=$ илэрхийллийн утгыг ол.

B3. /Б.Баттөмөр/ $2\cdot\sqrt{x-1}+\sqrt[3]{27-14x}=1$ тэгшитгэл бод.

B4. A4-г үз.

B5. /Б.Жаргал/ $\begin{cases} |x-3|=5-y \\ |y-5|+|x-3|=x+y \end{cases}$ тэгшитгэлийн систем бод.

B6. /Д.Дашдорж/ a_1,a_2,a_3,a_4,a_5,b нь $a_1^2+a_2^2+a_3^2+a_4^2+a_5^2=b^2$ байх бүхэл тоонууд бол эдгээр тоонууд нэгэн зэрэг сондгой болохыг батал.

9-р анги

Энэ төрөлд 2 сургуулийн 9 сурагч оролцон 11 оноогоор Дашбалбар сургуулийн Б.Одмаа түрүүлж, 6 оноогоор Дашбалбар сургуулийн Б.Лхагвасүрэн, 5 оноогоор Дашбалбар сургуулийн Батзориг нар удаах байруудыг эзлэв.

C1. /Б.Баттөмөр/ Хоёрын 3^n+1 зэрэгт нь 3^{n+1}-д хуваагдахыг батал.

C2. /Т.Дашням/ $y=\frac{|x+1|}{x+1}+\frac{x-1}{|x-1|}-x\cdot|x|$ функцийн график байгуул.

C3./П.Энхцэцэг/ $a>0$ бол $\sqrt{x}+\sqrt{x-a}>2$ тэнцэтгэл бишийг бод.

C4. A4-г үз.

C5. /Б.Жаргал/ $\log_k x;\log_b x;\log_a x$ тоонууд арифметик прогресс үүсгэдэг бол k,b,a,x тоонуудын хамаарлыг тогтоо.

C6. /Д.Дашдорж/ $||2x-3|+x+1|=4x-1$ тэгшитгэлийг бод.

10-р анги

Олимпиадад 2 сургуулийн 9 сурагч оролцон 11 оноогоор Дашбалбар сургуулийн П.Адилбаяр түрүүлж, 8.5 оноогоор Дашбалбар сургуулийн Ү.Бөхчулуун, 4 оноогоор А.Ариунболд нар удаах байруудыг эзлэв.

D1./Д.Дашдорж/ Зөв олон өнцөгтийн суурийн тал нь a бөгөөд хажуу талсын оройн өнцөг 90^0 бол гүйцэд гадаргууг ол.

D2. /Б.Бямбаханд/ Хэрэв A, B, C нь гурвалжны дотоод өнцгүүд бол $\cos(\frac{A}{2}), \cos(\frac{B}{2}), \cos(\frac{C}{2})$ гэсэн талууд бүхий гурвалжин байна гэдгийг батал.

D3. /П.Энхцэцэг/ $1+\frac{1}{x}=a$ бол $x^{13}+\frac{1}{x^{13}}$ утгыг ол.

D4. А4-г үз.

D5. /Д.Дашдорж/ $1+tg^6 x=\sec^6 x+\sec^2 x$ тэгшитгэл бод.

D6. /Б.Жаргал/ a суурьтай b гэсэн хажуу талтай адил хажуут гурвалжны оройн өнцөг 20^0 бол $a^3+b^3=3ab^2$ болохыг батал.

Баг-Олимпиад

1. /Баян-Уул Т.Дашням/ Тойрогт харилцан перпендикуляр диагоналиудтай $ABCD$-ыг багтаажээ. Диагоналиудын огтлолын цэг E-ээс AB-д буулгасан перпендикулярын CD талтай огтолцсон цэг нь M бол EM хэрчим нь CED гурвалжны медиан гэдгийг баталж, түүний уртыг $|AD|=8, |AB|=4, \angle CDB=\alpha$ гэж өгөгдсөн тохиолдолд бодож ол.

2. /Баян-Уул Б.Жаргал/ Суурийн талууд нь 2:3 харьцаатай ба эзлэхүүн нь тогтмол V эзлэхүүнтэй байхаар тагтай хайрцаг хийх хэрэгтэй болсон байг. Бүтэн гадаргуу нь хамгийн бага байхын тулд уг хайрцгийн хэмжээсүүд ямар байх вэ?

3. /Баян-Уул Б.Бямбаханд/ 6кв.нэгж талбайтай ABC гурвалжны AB тал дээр $|AK|:|KB|=2:3$ байхаар K цэг, AC тал дээр $|AL|:|LC|=5:3$ байхаар L цэгийг тус тус авчээ. CK, BL хэрчмүүдийн огтлолын цэг Q нь AB талаас 1,5 нэгж зайтай оршдог бол AB талын уртыг ол.

4. /Дашбалбар Д.Дашдорж/ Хурц өнцөгт гурвалжин ABC-ийн A, C оройнуудаас AP, CQ өндрүүдийг харгалзан BC, AB талууд дээр буулгажээ. Хэрэв ABC гурвалжны периметр 15, BPQ гурвалжны периметр 9 ба уг гурвалжныг багтаасан тойргийн радиус $\frac{9}{5}$ бол AC талын уртыг ол.

5. /Дашбалбар Г.Аюур/ $1+Secx=Sin(\pi-x)-Cosx\cdot tg(\frac{x+\pi}{2})$ тэгшитгэл бод.