

АРВАННЭГДҮГЭЭР ОЛИМПИАД

Улз сав нутгийн математикийн арваннэгдүгээр олимпиад 2002 оны 10 сарын 11-12-ны өдрүүдэд Хэрлэн сумын 5-р сургууль дээр зохион байгуулагдав.

7-р анги

Энэ төрөлд 33 сурагч оролцон 20 оноогоор Хан-Уул сургуулийн сурагч А.Наранбаатар, 1-р сургуулийн сурагч Т.Гармжүгдэр нар түрүүлж, 16.5 оноогоор 5-р сургуулийн сурагч Ц.Оюунтуул удаах байрыг эзлэв.

A1. Болд, Бат, Дорж, Самбуу дөрөв дундаа компьютер худалдан авчээ. Болд бусдынхаа төлсөн мөнгөний хагасыг, Бат бусдынхаа төлсөн мөнгөний гуравны нэгийг, Дорж бусдынхаа төлсөн мөнгөний дөрөвний нэгийг, харин Самбуу 130\$ төлжээ. Компьютер ямар үнэтэй ба хүн бүр хэдэн ам.доллар гаргасан вэ?

A2. $2^{2002} = 7x^2 + y^2$ натурал тоон шийдийг ол.

A3. 19^0 өнцөг өгөгджээ. 1^0 өнцгийг гортигийн тусламжтай байгуул.

A4. Гурвалжны нэг өнцөг нь нөгөө хоёр өнцгийнхөө нэгнээс 2 дахин бага, нөгөөгөөс нь 20^0 -аар бага бол гурвалжны өнцгүүдийг ол.

A5. $x^4 + x^3 + 2x^2 + ax + b$ олон гишүүнт нь бүтэн квадрат байх тийм a, b тоог ол.

A6. Түүн дээр түүнтэй ижил цирфтэй ижил боловч цифрүүд нь урвуу эрэмбээр байрласан тоог нэмэхэд гарах тоо нь бүтэн квадрат байдаг тийм бүх хоёр оронтой тоог ол.

8-р анги

Энэ төрөлд 30 сурагч оролцон 26 оноогоор 1-р сургуулийн сурагч Б.Баасансүрэн түрүүлж, 25 оноогоор Хан-Уул сургуулийн сурагч Ц.Ууганбаяр, 20 оноогоор 5-р сургуулийн сурагч Т.Хэрлэнтуяа нар удаах байруудыг эзлэв.

B1. Торхонд 10-аас багагүй литр бензин байв. 9 л болон 5 литрийн савыг ашиглан 6 л бензин яаж юулж авах вэ?

B2. $x^{2003} + x^{2002} + x^{2001} + \dots + x^2 + x + 1$ нь $x^{667} + x^{666} + x^{665} + \dots + x^2 + x + 1$ олон гишүүнтэд хуваагдана гэдгийг батал.

B3. Гурвалжны өнцгүүдийн харьцаа 5:6:7 бол их хоёр өнцгийн биссектриссүүдийн хоорондох өнцгийг ол.

B4. a, b, c нь гурвалжны талууд бол $ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2 \leq 2(ab + bc + ca)$ байхыг батал.

B5. Дун хавтгайн А цэгээс мөлхөхдөө 15 минут бүрийн дараа 90^0 эргэнэ. Тэгвэл тэр зөвхөн бүхэл тоон цагийн дараа А цэгт эргэн ирж болно гэдгийг батал. /Дунгийн хурдыг тогтмол гэж үзнэ./

B6. Нэг катет нь 15 байх бүхэл тоон талуудтай гурвалжин хэд вэ?

9-р анги.

Энэ төрөлд 20 сурагч оролцсноос 30 оноо буюу 100% бүрэн бодолт хийж 8-р сургуулийн сурагч Энхбаатарын Анхбаяр түрүүлэн, 26 оноогоор 5-р сургуулийн сурагч Дашдондогийн Мөнх-Од, 24 оноогоор 1-р сургуулийн сурагч Сугаржавын Ган-Эрдэнэ нар удаах байруудыг эзлэв.

C1. Баатар, Болд нар нэг постоос гарч нөгөө пост руу алхжээ. Баатарын алхам нь Болдынхоос 20%-иар богино боловч тэр ижил хугацаанд Болдоос 20% илүү тооны алхам хийж чадна. Хэн нь түрүүлж хүрэх вэ?

C2. $xy + z = 2002$
 $x + yz = 2003$ бүхэл тоон шийдийг ол.

C3. $\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = 1$ тэгшитгэл бод.

C4. 2^{2002} , 5^{2002} хоёр тоог нэгийг нь нөгөөгийн хойноос залгуулан бичжээ. Хичнээн цифр бичигдэх вэ?

C5. $u = \sqrt{2} + 1$ бол $u^8 + \frac{1}{u^8}$ -г ол.

C6. $28x + 30y + 31z = 365$ натурал тоон шийдийг ол.

10-р анги

Энэ төрөлд 21 сурагч оролцон 17 оноогоор 1-р сургуулийн сурагч Дамдиндоржийн Гантөгс түрүүлж, 10.5 оноогоор 5-р сургуулийн сурагч Гансүхийн Ганцогт, Энхтайваны Ганцолмон нар дэд тэргүүн байрыг эзлэв.

D1. Жуулчин А-гаас В хүрээд буцаж ирэхдээ 3 цаг 41 минут зарцуулжээ. А-гаас В хүртэлх зам нь эхэндээ өгсүүр, дараа нь тэгш газраар, эцэст нь урууддаг байв. Жуулчин өгсөж явахдаа 4 км/ц, тэгш газраар явахдаа 6 км/ц-ийн хурдтай явдаг ба АВ зай нь 9 км байсан бол замын тэгш хэсгийн хэдэн км вэ?

D2. a, b, c нь гурвалжны талууд ба $a^3 = b^3 + c^3$ тэнцэл хангадаг бол a талын эсрэг орших өнцөг хурц уу мохоо юу

D3. $(2 - 3x + x^2)^{2002} (2 + 3x + x^2)^{2002}$ илэрхийлэлийг задалсны дараа гарах олон гишүүнтийн коэффициентүүдийн нийлбэрийг ол.

D4. Ямар нэгэн 10 оронтой $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8 a_9 a_{10}$ тооны нэгдүгээр цифр a_1 нь энэ тооны бичлэг дэх тэгийн тоотой, хоёрдугаар цифр a_2 нь нэгийн тоотой, гуравдугаар цифр нь 2-ын тоотой тэнцүү гэх мэтчилэн a_{10} нь 9-ийн тоотой тус тус тэнцүү байна. Энэ тоог ол.

D5. $n^{2002} + n^{2001} + 1$ нь үржвэрт задрах уу.

D6. Тойргийг бүхэл радиусаар хэмжигдэх 200 нумд хуваав. Нийлбэр нь 180° байх дэс дараалсан нумууд олдох уу.

Бага ангийн багш

Энэ төрөлд 16 багш оролцон 20 оноогоор 12-р сургуулийн багш Барсүлдийн Болортуяа түрүүлж, 17 оноогоор Чойбалсан сумын багш Пүрэвсүрэнгийн Хүрэлбаатар, 11.5 оноогоор 10-р сургуулийн багш Сүхбаатарын Базаргүр нар удаах байруудыг эзлэв.

E1. 12 цагаас хойш цагийн болон минутын зүү перпендикуляр байх хамгийн ойр агшинг ол.

E2. $1 + x + x^2 + x^3 = 2^4$ тэгшитгэлийн бүхэл тоон шийдийг ол.

E3. Хавтгайд адилхан n ширхэг араатай дугуйнууд нь эхнийх нь араагаараа хоёрдугаархтайгаа, хоёрдугаарх нь гуравдугаархтайгаа гэх мэтчилэн эцэст нь n дугаарх дугуй нь араагаараа эхний дугуйтай холбогджээ. Ийм системийн дугуй эргэлдэж чадах уу.

E4. $1, 2, 3, \dots, 2n$ тоонуудын хамгийн бага ерөнхий хуваагдагч тоо нь $n+1, n+2, n+3, \dots, 2n$ тоонуудын хамгийн бага ерөнхий хуваагдагч тоотой тэнцүү гэдгийг батал.

E5. Ямар нэгэн 2002 оронтой $A-2$ нь 11-д хуваагдахгүй A тоо өгөгдөв. Түүний урд нэгийн тоо бичих замаар 11-д хуваагдах тоо гарган авч болохыг батал.

E6. Гүүрний $\frac{3}{8}$ дээр явж байсан илжигний араас 60 км/ц хурдтай машин ирэв. Илжиг буцаж гүйвэл гүүрний эхэнд, чигээр гүйвэл төгсгөлд машинтай таарна. Илжигний гүйх хурдыг ол.

Дунд ангийн багш

Энэ төрөлд 20 багш оролцон 20 оноогоор 8-р сургуулийн багш Рэнцэндагвын Мөнхзул түрүүлж, 18 оноогоор Хан-Уул сургуулийн багш Базарсадын Хүрэлбаатар, 1-р сургуулийн багш Буянтогтохын Эрдэнбаяр нар дэд тэргүүн байрыг эзлэв.

F1. $x^{2002} + 3x^2 - \sqrt{3}x + 1 = 0$ тэгшитгэл бод.

F2. Эхний 5 гишүүн нь 9 оронтой, дараагийн 5 гишүүн нь 10 оронтой, дараагийн 4 гишүүн нь 11 оронтой, дараагийн 2 гишүүн нь 12 оронтой байх геометр прогресс ганц байхыг батал. Түүнийг ол.

F3. Жингээрээ ялгаатай 4 ш алт байв. Туухайгүй жигнүүрээр 5 удаа дэнслэн жингийн дэс дарааллаар байрлуул.

F4. 10-тын бичлэгт нь тэг ороогүй эхний ба сүүлийн гурван цифрүүдийн нийлбэр хоорондоо тэнцүү ба 10-аас бага байдаг 8 оронтой тоо хэд байх вэ?

F5. $3a = b$ $\overline{abc} + \overline{acb}$ нь 8-д хуваагдах бол \overline{abc} тоог ол.

F6. $42x^3y^4$ тоо 504-д хуваагдахаар x, y тоог ол