АРВАНХОЁРДУГААР ОЛИМПИАД

Улз сав нутгийн математикийн арванхоёрдугаар олимпиад 2003 оны 11 сарын 2-4-ны өдрүүдэд Хан-Уул цогцолбор сургууль дээр зохион явагдлаа.

7-р анги

Энэ төрөлд 42 сурагч оролцон 24.5 оноогоор 5-р сургуулийн 6-р ангийн сурагч Гомбодоржийн Эрдэнэбаатар түрүүлж, 22 оноогоор 8-р сургуулийн сурагч Энхбаярын Мөнгөннавч, 21.5 оноогоор Хан-Уул сургуулийн сурагч Лхагвасүрэнгийн Ариунтуяа нар удаах байруудыг эзлэв.

A1. Эрт цагт нэгэн хийдэд хэсэг лам байсан ба тэд цав барих үедээ 364 аяга хэрэглэдэг байв. Тэгэхдээ 3 хүний дунд 1 аяга будаа, 4 хүний дунд 1 аяга шөл ноогддог байв. Хамгийн цөөндөө хэдэн лам байсан вэ?

A2. Манай байшингийн талбай 12-оос их ба периметрээсээ 1-ээр илүү ба байшингийн урт өргөн бүхэл тоогоор илэрхийлэгддэг бол байшингийнхаа талбайг хамгийн бага байхаар ол.

A3. Мянгат малчин малын татвар жилд 4 бод эсвэл 20 баг төлөх ёстой. Тэгвэл хэдэн боломжоор төлөх вэ?

A4. Нэг квадрат өгөгджээ. Түүний нэг талыг 1.2 м-ээр нөгөө талыг 1.5 м-ээр багасгавал талбай нь 14.4 $м^2$ -аар бага тэгш өнцөгт үүснэ. Квадратыг талбай периметрийг ол.

A5. 2^n+1 тоо 3-д хуваагддаг байх бүх натурал n тоог ол.

A6. Тус бүр нь 3 ширхэг байдаг ялгаатай 7 зоос өгөгдөв. Эдгээрийг дурын ялгаатай 2 зоос бүр нэг хайрцагт ордог ба хайрцаг бүр ялгаатай 3 зоостой байхаар байрлуулж болох уу.

8-р анги

Энэ төрөлд 26 сурагч оролцон 16.5 оноогоор Хан-Уул сургуулийн сурагч Алтангадасын Наранбаатар түрүүлж, 16 оноогоор 1-р сургуулийн сурагч Төмөрбаатарын Гарамжүгдэр, 15.0 оноогоор Гантулгын Халиун нар удаах байруудыг эзлэв.

B1. Хэсэг бөмбөг 2n+1 цүнхэнд хуваарилагдсан байжээ. Аль ч цүнхийг авахад үлдэж буй 2n цүнхийг хэсэг тус бүрийн нийт бөмбөг тэнцүү байхаар n цүнхтэй хоёр хэсэгт хувааж болдог байг. Тэгвэл цүнх болгонд ижил тооны бөмбөг байна гэж батал.

B2. $a\cdot b\cdot c\neq 0$, $\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}=4, \frac{a}{c}+\frac{c}{b}+\frac{b}{a}=5$ бол $\frac{a^3}{b^3}+\frac{b^3}{c^3}+\frac{c^3}{a^3}$ илэрхийллийн утгыг ол.

B3. Тэнцүү талт ABC гурвалжны дотор $AM=1, BM=\sqrt{3}, CM=2$ байх M цэгийг тэмдэглэе. BC талын урт, $\angle AMB, \angle BMC$ өнцгүүдийн хэмжээг ол.

B4. $a,b,q,p \neq 0$ байх 4 тооны хувьд $p+q=1$, $\frac{p}{a}+\frac{q}{b}=\frac{1}{pa+qb}$ бол $a=b$ болохыг батал.

B5. Тус бүр нь 3 ширхэг байдаг ялгаатай 7 зоос өгөгдөв. Эдгээрийг дурын ялгаатай 2 зоос бүр нэг хайрцагт ордог ба хайрцаг бүр ялгаатай 3 зоостой байхаар байрлуулж болох уу.

B6. Гурвалжны талууд a,b,c бөгөөд $b^2+c^2>5a^2$ бол a талын эсрэг орших өнцөг нь хамгийн бага нь байдгийг батал.

9-р анги

Энэ төрөлд 21 сурагч оролцон 11.5 оноогоор 5-р сургуулийн сурагч Төмөхуягийн Хэрлэнтуяа түрүүлж, 9.5 оноогоор 5-р сургуулийн сурагч Энх-Амгалангийн Дарханбат, 7 оноогоор Шинэ зуун сургуулийн сурагч Болдбаатарын Түшиг нар удаах байруудыг эзлэв

.

C1. Бүхэл тоо х-ийн хувьд $x^2+5x+16$ нь 160-д хуваагдахгүйг батал.

C2. $a\cdot b\cdot c\neq 0$, $\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}=4, \frac{a}{c}+\frac{c}{b}+\frac{b}{a}=5$ бол $\frac{a^3}{b^3}+\frac{b^3}{c^3}+\frac{c^3}{a^3}$ илэрхийллийн утгыг ол.

C3. $P(x)=x^3+ax^2+bx+1 \quad a>0, b>0$ олон гишүүнт гурван бодит шийдтэй бол $P(1)+P(2)+P(3)\geq 99$ болохыг батал

C4. a,b нь $a^7+b^7=ab$ нөхцлийг хангадаг рациональ тоонууд бол $1-4a^5b^5$ нь рациональ тооны квадрат болохыг батал.

C5. S талбайтай $ABCD$ гүдгэр дөрвөн өнцөгтийн дотор P цэгийг авч ABP, BCP, CDP, ADP гурвалжингуудын хүндийн төвийг A_1, B_1, C_1, D_1-ээр тэмдэглэв. $A_1B_1C_1D_1$ дөрвөн өнцөгтийн талбайг ол.

C6. $3\sqrt{x^3+a^3}=2x^2+(1-2a)x+a(1+2a)$ тэгшитгэл ядаж нэг бодит шийдтэй байх a параметрийн хамгийн их ба хамгийн бага утгыг ол.

10-р анги

Энэ төрөлд 14 сурагч оролцон 25.5 оноогоор 5-р сургуулийн сурагч Дашдондогийн Мөнх-Од түрүүлж, 16.5 оноогоор Хан-Уул сургуулийн сурагч Солийн Төмөрхуяг, 13.5 оноогоор 8-р сургуулийн Энхбаатарын Анхбаяр нар удаах байруудыг эзлэв.

D1. О эхлэлтэй огторгуйн тэгш өнцөгт координатын системд бүхэл координаттай P_1, P_2, P_3, P_4, … P_n цэгүүд өгөгдөв. Хэрэв $OP_1P_2P_3$, $OP_2P_3P_4$, $OP_3P_4P_5$, …, $OP_{n-1}P_nP_1$ тетраэдруудын эзлэхүүн 1/6 бол өгсөн цэгүүд дээр оройтой эзлэхүүн нь 1/6 байх өөр тетраэдр оршин байхыг батал.

D2. $Log_{x-1}(x+1)>Log_{x^2-1}(x+1)$ тэнцэтгэл бишийг бод.

D3. $n\cdot 17^n+1$тоо 9-д хуваагдаж байх n -ийн бүх натурал утгыг ол.

D4. Харилцан ялгаатай долоон тооноос $0<\frac{x-y}{1+xy}<\frac{1}{\sqrt{3}}$ байх x,y хоёр тоог олж болно гэж батал.

D5. S талбайтай $ABCD$ гүдгэр дөрвөн өнцөгтийн дотор P цэгийг авч ABP, BCP, CDP, ADP гурвалжингуудын хүндийн төвийг A_1, B_1, C_1, D_1-ээр тэмдэглэв. $A_1 B_1C_1D_1$ дөрвөн өнцөгтийн талбайг ол.

D6. $\frac{8}{3(CoS^2x+2CoSx+4}-\frac{2}{CoS^2x+4CoS^2\frac{x}{2}}+\frac{1}{12CoS^4\frac{x}{2}}=0$

тэгшитгэлийг бод.

Бага ангийн багш

Энэ төрөлд 21 багш, оюутан оролцсноос 6.5 оноогоор Дорнод Багшийн коллежийн оюутан Гэсэрнямын Аззаяа түрүүлж, 6 оноогоор БК-ийн оюутан Сугарбаатарын Цолмон, 4 оноогоор Гурванзагал сургуулийн багш Сумьяагийн Оргилтуяа нар удаах байруудыг эзлэв.

E1. $\begin{matrix} x^2+y^2=1 \\ 4xy(2y^2-1)=1 \end{matrix}$ систем тэгшитгэл бод.

E2. Өгөгдсөн тоо 11-д хуваагдах бөгөөд гарах ноогдвор нь өгөгдсөн тооны цифрүүдийн квадратуудын нийлбэртэй тэнцүү. Ийм шинжтэй гурван оронтой тоонуудыг ол.

E3. $2^{2002}=7x^2+y^2$ байх x, y натурал тоог ол.

E4. Гурвалжны талууд a, b, c бөгөөд $b^2+c^2>5a^2$ бол a талын эсрэг орших өнцөг нь хамгийн бага нь байдгийг батал.

E5. Ангийн сурагчдын 95,5-аас багагүй, 96,5%-аас ихгүй сурагч нь муу сурдаггүй. Тэгвэл муу сурдаггүй сурагчдын тоо хамгийн багадаа хэд вэ?

E6. 5,13,25,41,61, ... дарааллын эхний 2003 гишүүний нийлбэрийг ол.

Дунд ангийн багш нарын Тестийн уралдаан:

Энэ олимпиадаас эхлэн дунд ангийн багш нарын дунд сурагчдын улсын болон элсэлтийн шалгалтын бэлтгэлийг чанаржуулах үүднээс Хан-Уул цогцолбор сургууль өөрийн нэрэмжит төрлийг бий болгон шагналыг ивээн тэтгэхээр боллоо.

Уралдаанд төв хөдөөгийн 20 багш оролцон 21 оноогоор 8-р сургуулийн багш Рэнцэндагвын Мөнхзул түрүүлж, 18 оноогоор Хан-Уул сургуулийн багш Базарсадын Хүрэлбаатар, 5-р сургуулийн багш Бүтэвийн Лхагвасүрэн нар удаах байрыг эзлэв.

Хугацаа 60 минут

1. $x=(2828)^{202}$, $y=(202)^{303}$ хоёр тоог жиш

   A. $x>y$ B. $x=y$ C. $x<y$ D. Жишиж болохгүй

2. тоонуудыг жиш $x=\frac{1}{\sqrt[3]{49}+\sqrt[3]{42}+\sqrt[3]{36}}, y=\sqrt[3]{7}-\sqrt[3]{5}, z=\sqrt[3]{7}+\sqrt[3]{2}$

   A. $z>y>x$ B. $y>x>z$ C. $x>y>z$ D. $z>x>y$

3. $(3x^2-4)^2-9x(x^3+3x)+(x-3)(2x+5)$ олон гишүүнтийн зэргийг ол.

   A. 1   B. 3   C. 2   D. x

4. $\frac{4x^2-10ax-5a-1}{1-25a^2}:\frac{1-2x+5a}{25a^2-10a+1}\bullet\frac{1}{2x+1}=$ үйлдлийг гүйцэтгэ.

A. $5a$ B. -1 C. $\frac{5a+1}{5a-1}$ D. $\frac{5a-1}{5a+1}$

5. $\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x-2}=\frac{1}{x-3}$ тэгшитгэлийг бод.

A. $\{1\pm\sqrt{2}\}$ B. $\{\pm 4\}$ C. $\varnothing$ D. $\{\frac{1\pm\sqrt{2}}{2}\}$

6. $2x^2-(a+1)x+a-1=0$ тэгшитгэлийн шийдүүдийн ялгавар тэдний үржвэртэй тэнцэх a-ын утгыг ол.

A. $\{-2\}$ B. $\{2\}$ C. $\{1\}$ D. $\{-3\}$

7. $|7-2x|=|5-3x|+|x+2|$ тэгшитгэлийг бод.

A. $[1,\frac{5}{3}]$ B. $[1,2]$ C. $[-2,\frac{5}{3}]$ D. $[0,1]$

8. $\frac{x^4+x^3+3x^2}{x^2-2x-8}<0$ тэнцэтгэл бишийг бод.

A. $]-\infty,-2[\cup]4,\infty[$ B. $]-\infty,\infty[$

C. $]-2,4[$ D. $]-2,0[\cup]0,4[$

9. $\sqrt{x+1}-\sqrt[3]{2x-6}=2$ тэгшитгэлийг бод.

A. $\{-1,3,36\}$ B. $\{1,-3,-35\}$ C. $\{-1,3\}$ D. $\{-1,3,35\}$

10. $\frac{\log_2\sqrt[3]{5}}{\log_2 5}-\log_{\frac{1}{4}}(\log_2 3\bullet\log_3 4)$ нь аль нь вэ?

A. $\frac{7}{6}$ B. 1 C. $\frac{5}{6}$ D. $\frac{11}{6}$

11. $1+2\log_2\sqrt{2x-3}+\log_2(5-x)=\log_2 6$ тэгшитгэлийг бод.

A. $\{2,4.5\}$ B. 2 C. 4.5 D. $\{1,2\}$

12. $3^{x+8}\bullet 7^{3x}=21^{2x+4}$ тэгшитгэлийг бод.

A.4 B. -4 C.3 D.2

13. $x^{\log_3 x^2+\log_3^2 x-10}=\frac{1}{x^2}$ тэгшитгэлийг бод.

A. 1/81 B.1 C.9 D.{1/81,1,9}

14. $\frac{2Sin^2\alpha}{tg\alpha\bullet(-2Sin^2\alpha+1)}$ адилтгалыг батал.

A. $Sin2\alpha$ B. $1-Cos2\alpha$ C. $tg2\alpha$ D. $-tg2\alpha$

15. $Sin(2arctg\frac{1}{3})+Cos(arctg2\sqrt{2})$ илэрхийллийг хялбарчил.

A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{1}{15}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{14}{15}$

16. $\frac{tg4x-tg2x}{1+tg2x\cdot tg4x}=1$ тэгшитгэлийг бод.

A. $\frac{\pi}{24}+\frac{\pi k}{3}$ B. $\frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{2}$ C. $\frac{\pi}{12}+\frac{\pi k}{4}$ D. $\pm\frac{\pi}{3}+\pi k$

17. Эхний гишүүн нь –2 ба эхний 40 гишүүний нийлбэр 1240 байх арифметик прогрессийн 40-р гишүүн нь аль нь вэ?

A.60 B.62 C.64 D.66

18. Өнцгийн коэффициент нь 3-тай тэнцүү шулуун OY тэнхлэгийг (0;-2) цэгт огтолдог бол түүний тэгшитгэл нь:

A. 3x+y=2 B. y-3x=2 C. y=-3x-2 D. y=3x-2

19. а ирмэгтэй кубын нэг оройгоос гарсан гурван ирмэгийн дундажийг дайрсан огтлолын талбайг ол.

A. $0.25a^2$ B. $a^2(2\sqrt{2})/7$ C. $a^2\sqrt{3}/8$ D. $a^2\sqrt{6}/10$

20. 42 кг зэс агуулсан зэс ба тугалганы хайлшинд 6 кг тугалга нэмэхэд зэсийн эзлэх хувь 9% багасна. Анхны хайлш дотор тугалга ямар хэмжээтэй байсан вэ?

A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

21.M(2;4;2) цэгийг дайрсан OM векторт перпендикуляр хавтгайн тэгшитгэл нь:

A. $2x+4y-2z=24$ B. $x-y+z=0$ C. $x+y-3z=0$ D. $x+2y+z=12$