

АРВАНДӨРӨВДҮГЭЭР ОЛИМПИАД

7-р анги

7-р ангийн төрөлд 17 сургуулийн 30 сурагч оролцож 30 онооноос 21.5 оноогоор Хан-уул цогцолбор сургуулийн сурагч Туяагийн Лхагвадорж түрүүлж, 17.5 оноогоор Хэнтий төв багийн сурагч Амгалангийн Батзаяа, 13 оноогоор 5-р сургуулийн сурагч Лхагва-Очирын Цолмонбаатар нар удаах байруудыг эзлэв.

A1. $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{2}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots + \frac{2005}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2005 \cdot 2006} =$

A2. 2;3;4;5;6-д тус тус хуваахад 1 үлдэгдэл гардаг 7-д хуваагддаг хамгийн бага натурал тоог ол.

A3. Квадрат хэлбэрийн газрыг хэсэг бүр нь бусадтайгаа хиллэсэн байхаар 4 хэсэгт хувааж болно гэдгийг харуул.

A4. Бүх цифрүүд нь ялгаатай бөгөөд сүүлчийн цифр нь өмнөх цифрүүдийнхээ нийлбэртэй тэнцдэг 3 оронтой анхны тоонуудыг ол.

A5. А ба В хотоос угталцан 2 автобус зэрэг гарчээ. 7 цагийн дараа тэдний хоорондох зай 136 км байв. 2 хотын хоорондох замыг 1-р автобус 12 цаг, 2-р автобус 10 цаг авсан бол хоёр хотын хоорондох зайг ол.

A6. $\frac{x-y}{x+y} = \frac{12}{13}$ бол $\frac{x^2}{y^2} =$ хэдтэй тэнцүү вэ?

8-р анги

8-р ангийн төрөлд 29 сурагч оролцон 25 онооноос 13 оноогоор 5-р сургуулийн сурагч Энхбаатарын Отгонбаяр түрүүлж, 12 оноогоор 12-р сургуулийн сурагч Төмөрсүхийн Төрболд, 10.5 оноогоор Хэнтий Төв багийн Ганхүүгийн Золжаргал нар удаах байруудыг эзлэв.

B1. $n^4 + 4$ илэрхийлэл нь $(n+4)$ –д үлдэгдэлгүй хуваагдаж байх натурал n –үүдийг ол.

B2. $\sqrt{1 + 2005^2 + \left(\frac{2005}{2006}\right)^2} + \frac{2005}{2006} =$ илэрхийллийн утгыг ол.

B3. 5 оноотой нэгэн бодлогыг бодоход хөвгүүдийн дундаж оноо 4, охидын дундаж оноо 3.25 нийт сурагчдын дундаж оноо 3.6 байв. Нийт сурагчдын тоо 30-аас их, 50-аас бага бага байсан бол охид хөвгүүдийн тоог ол.

B4. Анчин отгоосоо өглөө 6 цагт гарч, 11 км явж нэгэн уулын оройд гараад эргэж явсан замаар эргэж иржээ. Тэрээр тэгш газар 4км/ц, уул өөд 3км/ц, уруу газар 6км/ц хурдтайгаар зогсолтгүй явсан бол тэр хэдэн цагт эргэж ирсэн вэ?

B5.
$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + y \cdot z = 7 \end{cases}$$
 тэгшитгэлийн бүхэл тоон бүх шийдүүдийг ол.

9-р анги

9-р ангийн төрөлд 23 сурагч оролцож 25 онооноос 17.5 оноогоор 1-р сургуулийн сурагч Одбаатарын Мөнхдөл түрүүлж, 13.5 оноогоор 1-р сургуулийн сурагч Туяагийн Ууганбаяр, 12.0 оноогоор Хэнтий Төв багийн сурагч Ганбаатарын Төртогтох нар удаах байруудыг эзлэв.

C1. $3a^2 + b^2 + 3c^2 + 18 \leq 2ab + 4b + 12c$ тэнцэтгэл бишийг хангадаг a, b, c тоонуудын хувьд $(a + b + c)^{abc} = ?$

C2. 0,1,2,...,9 цифрийг ямарваа зэргэлдээ орших 3-н цифрийн нийлбэр нь 14-өөс хэтрэхгүй байхаар тойрог дээр байрлуулж болох уу.

C3. Хэрвээ мотоциклтэй хүн цаг тутам 50 км, явган хүн цаг тутам 5 км явдаг бол 2 хүний суудалтай мотоциклоор 3 хүн 60 км замыг туулж чадах уу. / Тодорхой зайнд нэг хүнээ хүргэж буулгаад эргэж ирж нөгөөг авах замаар/

- C4.** S талбайтай ABC гурвалжны BK медиан дээр M цэгийг $BM = 6 \cdot MK$ байхаар авчээ. AM шулууны BC талтай огтлолцох цэг нь N бол ANC гурвалжны талбайг ол.
- C5.** $\sqrt[3]{x+1} = \sqrt{x-3}$ тэгшитгэлийг бод.

10-р анги

10-р ангийн төрөлд 23 сурагч оролцож 25 онооноос 16 оноогоор 1-р сургуулийн Батзоригийн Батсүх түрүүлж, 10 оноогоор 8-р сургуулийн Энхбаярын Мөнгөнчимэг, 8.5 оноогоор Хэнтий төв багийн сурагч Алтанхуягийн Анхбаяр нар удаах байруудыг эзлэв.

- D1.** $f(x) = 2x^3 - 30x^2 + ax$ олон гишүүнт нь дараалсан гурван бүхэл x -ийн утганд дараалсан гурван бүхэл утга авдаг бол a болон эдгээр утгуудыг ол.
- D2.** Гүдгэр таван өнцөгтийн диагоналиудыг татахад үүсэх захын гурвалжнуудын талбай тэнцүү бол таван өнцөгтийн талбайг ол.
- D3.** $u = \sqrt{2} + 1$ бол $u^8 + \frac{1}{u^8} =$ илэрхийллийн утгыг ол.
- D4.** Машины дугаар 4 оронтой тоо байдаг. 1 ба 3, 2 ба 4 дүгээр цифрүүд тэнцүү байх дугаарыг азтай дугаар гээ. Тэгвэл бүх азтай дугаарын нийлбэр 1111-д хуваагдахыг батал.
- D5.** Нийлбэр нь 832 байх ба квадратууд нь геометрийн прогресс үүсгэх бүх натурал тоон гурвалыг ол.

10-р анги /Цөм хөтөлбөрийн/

Төгсөх 10-р ангийн төрөлд 22 сурагч оролцож 25 онооноос 25 оноо буюу 100% бодолт хийсэн 1-р сургуулийн сурагч Төмөрбаатарын Гарамжүгдэр түрүүлж, 11.5 оноогоор 5-р сургуулийн сурагч Цогтгэрэлэнгийн Оюунтуул, 11 оноогоор Хэнтий Төв багийн Нацагдоржийн Батбаяр нар удаах байруудыг эзлэв.

- E1.** A^2 нь дараалсан хоёр тооны кубуудын ялгавар бол A нь дараалсан хоёр тооны квадратуудын нийлбэр гэж батал.
- E2.** A, B, C тамирчид 3 паралель замаар тогтмол хурдтай гүйж байна. Хугацааны нэг моментод ABC гурвалжны талбай 2 нэгж байснаа 5 секунд өнгөрсний дараа 3 нэгж болов. Дахин 5 секунд өнгөрөхөд энэ талбай хэд болох вэ?
- E3.** ABC гурвалжинд CD биссектрис татав.
- $$CD^2 = BC \cdot AC - AD \cdot BD \text{ болохыг батал.}$$
- E4.** $\frac{4x}{x^2 - 21x + 7} + \frac{3x}{x^2 - 5x + 7} = 2$ тэгшитгэл бод.

- E5.** $\left[\frac{2x-1}{3} \right] = \left[\frac{x+1}{2} \right]$ тэгшитгэлийг бод.

Бага ангийн багш

Бага ангийн багш төрөлд 15 багш оролцож 25 онооноос 7.5 оноогоор Хэнтий-Төв багийн багш Дагвын Мөнх-Учрал түрүүлж, 7.0 оноогоор 5-р сургуулийн багш Рэнчиндоржийн Цэцэндэлгэр, 6.75 оноогоор Чойбалсан сумын сургуулийн багш Гэсэрнямын Аззаяа нар удаах байруудыг эзлэв.

- F1.** a талтай зөв гурвалжны талбайг хагаслан хуваагч хамгийн богино шугамын уртыг ол.
- F2.** $\begin{cases} x + 3y = 4y^3 \\ y + 3z = 4z^3 \\ z + 3x = 4x^3 \end{cases}$ тэгшитгэл хэдэн шийдтэй вэ?

F3. S талбайтай ABC гурвалжинд AE, CF медианууд татаж, эдгээр медиан дээр $ME = 2 \cdot AM, FN = NC$ байхаар авчээ. $AMNC$ дөрвөн өнцөгтийн талбайг ол.

F4. Өгөгдсөн хүснэгтийг мөр бүр ба багана бүрт бичигдсэн тоонууд арифметик прогресс үүсгэхээр хоосон нүднийг бөглө.

	74			
				186
		103		
0				

F5. $x^2 + \left(\frac{x}{x+1}\right)^2 = 3$ тэгшитгэлийг бод.

Дунд ангийн багш

Улз сав нутгийн математикийн 12 дугаар олимпиадыг Хан-Уул цогцолбор сургууль 2003 онд зохион байгуулсан үеэс эхлэн энэ төрлийг өөрийн сургуулийн нэрэмжит болгон жил бүр зохион байгуулж байгаа юм.

Энэ төрөлд 15 багш оролцон нийт даалгаврын 82.5%-г гүйцэтгэн 8-р сургуулийн багш Рэнцэндагвын Мөнхзул түрүүлж, 70%-иар 1-р сургуулийн багш Даваагийн Энхтуяа, 65%-иар Хан-Уул цогцолбор сургуулийн багш Базарсадын Хүрэлбаатар нар удаах байруудыг эзлэв.

Тестийн даалгавар:

1. $K(0,1,0)$ цэгийг дайрсан ба OX тэнхлэгт перпендикуляр хавтгайн тэгшитгэл аль нь вэ?

- A. $2x + z = 1$ B. $x + y + z = 1$ C. $y - 1 = 0$ D. $2y - 1 = 0$

2. $\vec{a} + \vec{b} = (1,0,1)$, $2\vec{a} + \vec{b} = (0,1,0)$ бол \vec{a}, \vec{b} векторуудын хоорондох өнцгийн косинус аль нь вэ?

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $-\frac{5}{3\sqrt{3}}$ D. $\frac{5}{3\sqrt{3}}$

3. MPN гурвалжны $M(4,-2,0), P(-2,0,2)$ ба MK медианы суурь $K(0,-1,2)$, MP -ын дундаж Q бол KQ шугамын уртыг ол.

- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $\sqrt{5}$ D. 5

4. Бүх ирмэг нь a урттай зөв гурвалжин призмийн доод суурийн нэг ирмэг, дээд суурийн төвийг дайрсан огтлолын талбайг ол

- A. $\frac{3\sqrt{11}}{16}a^2$ B. $\frac{\sqrt{91}}{6}a^2$ C. $\frac{5}{24}a^2$ D. $\frac{5\sqrt{39}}{36}a^2$

5. Цилиндрийн радиус 37, өндөр нь 24 нэгж урттай бол түүний квадрат хэлбэртэй огтлол тэнхлэгээсээ ямар зайд хийгдэх вэ?

- A. 25 B. 30 C. 5 D. $17\sqrt{5}$

6. $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-2} = \frac{1}{x-3}$ тэгшитгэлийг бод.

- A. $\{1 \pm \sqrt{2}\}$ B. $\{\pm 4\}$ C. \emptyset D. $\left\{\frac{1 \pm \sqrt{2}}{2}\right\}$

7. $x^2 - 6ax + 2 - 2a + 9a^2 = 0$ тэгшитгэлийн хоёр шийд хоёулаа 3-аас их байх a -ын бүх утгыг ол.

- A. $]0; \infty[$ B. $\left] \frac{11}{9}; \infty \right[$ C. $] -2; 5[$ D. $]0; 7[$

8. $6x^3 - 7x^2 - 16x + m = 0$ тэгшитгэлийн нэг шийд нь 2 бол m ба үлдсэн шийдүүдийг ол.

A. $\delta = 12, \left\{-\frac{3}{2}; \frac{2}{3}\right\}$ B. $m = 14, \left\{-\frac{3}{4}; \frac{4}{3}\right\}$ C. $m = 10, \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right\}$ D. $m = 8, \{1,3\}$

9. $|9-2x|=|4-3x|+|x+5|$ тэгшитгэлийг бод.

A. $\left[-5; \frac{4}{3}\right]$ B. $[0;4]$ C. $]-6;0]$ D. $]-6;2]$

10. $\left|\frac{x^2-5x+4}{x^2-4}\right| \leq 1$ тэнцэтгэл бишийг бод.

A. $\left[0, \frac{8}{5}\right] \cup \left[\frac{5}{2}, \infty\right[$ B. $\left]0, \frac{5}{2}\right[\cup \left[\frac{5}{2}; \infty\right[$ C. $\left]\frac{8}{5}, \frac{5}{2}\right[$ D. $\left]0, \frac{5}{2}\right[$

11. $\begin{cases} |x-1|+|y-2|=1 \\ y=5-|x-1| \end{cases}$ тэгшитгэлийн системийг бод.

A. (2;2) B. (1,3) C. \emptyset D. (0,2)

12. $\sqrt[3]{6x+4}-\sqrt[3]{4-6x}=3x$ тэгшитгэлийг бод.

A. $\left\{0, \pm 1, \pm \sqrt{4+6\sqrt{3}}\right\}$ B. $\left\{0, \pm \frac{2}{3}, \pm \frac{\sqrt{4+6\sqrt{3}}}{3}\right\}$ C. $\{0, \pm 2, \pm 3\}$ D. $\left\{0, \pm \frac{2}{3}\right\}$

13. $\sqrt{2x+\sqrt{16-x^2}} < \sqrt{2x+4}$ тэнцэтгэл бишийг бод.

A. $\left[-\frac{4}{\sqrt{5}}; 4\right]$ B. $\left[-\frac{4}{\sqrt{5}}; 0\right[\cup]0, 4]$ C. $]-\infty; \infty[$ D. шийдгүй

14. $\left(\frac{3}{4}\right)^{6x+10-x^2} < \frac{27}{64}$ тэнцэтгэл бишийг бод.

A. $x < -1$ B. $-1 < x < 7$ C. $7 < x$ D. $x < 7$

15. $|\log_2 x - 3| < 1$ хангах бүхэл тооны нийлбэрийг ол.

A. 106 B. 108 C. 110 D. 112

16. $\cos 2x = \cos^4 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}$ тэгшитгэлийн хамгийн их сөрөг шийдийг ол.

A. $-\frac{\pi}{6}$ B. $-\frac{\pi}{3}$ C. $-\frac{7\pi}{6}$ D. $-\frac{2\pi}{3}$

17. $2\sin^3 x - \cos x \sin 2x = \cos 2x$ тэгшитгэлийн $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ завсар дахь шийдүүдийн үржвэрийг ол.

A. $\frac{\pi^3}{36}$ B. $\frac{\pi^3}{96}$ C. $\frac{\pi^3}{108}$ D. $\frac{\pi^3}{216}$

18. $f(x) = \frac{1}{2} \sin x \cdot \operatorname{tg} 2x$ функцийн графикийн $x_0 = \frac{\pi}{2}$ цэг дээрх шүргэгч шулууны өнцгийн коэффициентийг ол.

A. 2 B. 3 C. 1 D. 0

19. Геометр прогрессийн 1-р гишүүн нь \sqrt{a} ба 5-р гишүүн нь $\sqrt[3]{a}$ бол түүний 49-р гишүүнийг ол.

A. $a^{\frac{3}{2}}$ B. $a^{\frac{3}{2}}$ C. $a^{\frac{5}{2}}$ D. $a^{\frac{5}{2}}$

20. Арифметик прогрессийн $S_n = 4n(n-2)$ бол $a_n = ?$

A. $12 - 6n$ B. $12 + 6n$ C. $12 - 8n$ D. $8n - 12$

21. Ямар өнцгийн хувьд $\sin x; \sqrt{2} \sin 2x; 3 \sin 3x$ функцүүдийн утга өсөх геометрийн прогресс үүсгэх вэ?

A. 0 B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{4}$

22. $S_n = \frac{1}{\log_a n} + \frac{1}{\log_{a^2} n} + \dots + \frac{1}{\log_{a^n} n} =$ нийлбэрийг ол.

- A. $\frac{n(n+1)}{2} \log_n a$ B. $\frac{n(n-1)}{2} \log_n a$ C. $\frac{n(n+1)}{2} \log_a n$ D. $\frac{n(n-1)}{2} \log_a n$

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x - \sin x}{\sin 3x - \sin x}$ хязгаар бод.

- A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. $\frac{3}{2}$ D. 0

24. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\lg(100x^3) + 1}{\lg(10x^3) + 1} =$

- A. $\frac{4}{3}$ B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

25. $y = x|x| - 2x - 8$ функцийн урвуу функц нь:

- A. $1 + \sqrt{9+x}$ B. урвуугүй C. $1 - \sqrt{9+x}$ D. $8 + \sqrt{x^2 - 2x}$

26. $y = \frac{3x^2 - 1}{3x^3} + \ln \sqrt{1+x^2} + \arctg x$ функцын уламжлалыг ол.

- A. $\frac{1}{x^4(1+x^2)}$ B. $\frac{x}{1+x^2}$ C. $-\frac{1+x^5}{x^4(1+x^2)}$ D. $\frac{1+x^5}{x^4(1+x^2)}$

27. $y = -3x + \sin 2x$ функцийн өсөлт, бууралтын муж нь:

- A. $x < 0$ үед буурч $0 < x$ үед өснө. B. $x < 0$ үед өсөж $0 < x$ үед буурна.
C. $]-\infty; \infty[$ дээр өснө. D. $]-\infty; \infty[$ дээр буурна.

28. $xy' = (1 - x^2)y$ тэгшитгэлийн шийд нь:

- A. $y = xe^x$ B. $y = xe^{-x}$ C. $y = xe^{\frac{x^2}{2}}$ D. $y = xe^{-\frac{x^2}{2}}$

29. $(x + y + z)^{10}$ олон гишүүнтийн $x^4 y^4 z^2$ -ийн өмнөх коэффициент хэд вэ?

- A. 5880 B. 3150 C. 9450 D. 1260

30. Сургуулийн бөхийн аварга шалгаруулах тэмцээнд 32 сурагч барилджээ. Нэг удаа амлах журмаар, давсан сурагчдыг цааш нь тойргийн журмаар барилдуулав. Нийт хичнээн барилдаан болсон вэ?

- A. 120 B. 144 C. 130 D. 136

31. Хил дээр 70 цэрэг 5 офицер ажилладаг байв. 5 цэрэг 1 офицертой харуулыг хэдэн янзаар томилж болох вэ?

- A. $5 \cdot C_{70}^5$ B. $5 \cdot C_{70}^6$ C. $\frac{1}{5} \cdot C_{70}^6$ D. $5! \cdot C_{70}^5$

32. 36 модтой хөзрөөс таамгаар гурвыг сугалахад гурвуулаа хүн (ноён, хатан, боол) байх үзэгдлийн тоо

- A. C_{12}^3 B. $\frac{1}{6} \cdot C_{36}^3$ C. $3! \cdot C_{12}^3$ D. C_{24}^3

33. Мөнгийг 5 удаа хаяхад 1 удаа сүлдээр тусах үзэгдлийг А, сондгой тоон удаа сүлдээр тусах үзэгдлийг В гэе. В үзэгдэл явагдах үед А үзэгдэл явагдах магадлал

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{10}$ C. $\frac{3}{16}$ D. $\frac{5}{16}$

34. Цалинг эхлээд 15%, дараа нь 10%, эцэст нь 5% нэмэгдүүлэхэд анхныхаасаа хэдэн хувиар өссөн вэ?

- A. 30% B. 31.825% C. 32.825% D. 33.825%

35. ABC гурвалжны AH_1, BH_2 өндрүүд Н цэгт огтлолцжээ. Хэрэв

$\angle H_1NB = 30^\circ, AH_1 = 3\sqrt{3}, BH_1 = 4, \angle B < \angle A$ бол BC, AC хоёр талын урт хэд байх вэ?

- A. $6\sqrt{3}, 13$ B. $8, 10\sqrt{3}$ C. $6\sqrt{3}, 8$ D. 9; 13

36. 3 дм радиустай тойрогт харилцан перпендикуляр AB, CD хоёр хөвч татсан бол $AC^2 + BD^2 = ?$

- A. 36 B. 9 C. 18 D. 12

37. 2 нэгж талтай зөв зургаан өнцөгтийн нэг оройг P гэе. P оройгоос гарсан нэг талын, мөн оройгоос гарсан бүх диагональ дээрх проекцийн нийлбэр ямар байх вэ?

- A. $2\sqrt{3}$ B. 3 C. $1 + \sqrt{3}$ D. $2 + \sqrt{3}$

38. Зөв гурвалжин пирамидын суурийн талбайг хажуу гадаргуугийн талбайд харьцуулсан харьцаа 2:3 бол түүний хажуу талс суурийн хавтгайтай үүсгэх өнцгийн хэмжээг ол.

- A. $\arccos \frac{4}{\sqrt{21}}$ B. $\arccos \frac{2}{3}$ C. 45° D. 60°

39. Хоёр явган аялагч А ба В тосгоноос зэрэг угталцан гарч 3 цаг 20 минут болоод зөрж 5 цагийн зөрөөтэйгээр В ба А хотод очив. Тэд тус бүр ямар хугацаанд бүх замыг туулсан вэ?

- A. 4; 9 B. 4.5; 9.5 C. 5; 10 D. 6; 11

40. $AB=6, AC=4$ талтай гурвалжинд багтсан тойргийн төв J , $S_{JBC} = S_B; S_{JAB} = S_N$ гэвэл $S_B : (S_B + S_C)$ ямар байх вэ?

- A. 2:3 B. 2:5 C. 3:5 D. 1:4