

# АРВАНТАВДУГААР ОЛИМПИАД

## 7-р анги

7-р ангийн төрөлд 25 сурагч оролцож 25 оноо авахаас 17.5 оноогоор Хэнтий аймгийн 1-р сургуулийн сурагч Ш.Солонго түрүүлж, 17 оноогоор Чойбалсан сумын сургуулийн сурагч Болд-Эрдэнэ, 16.25 оноогоор Хан-Уул цогцолбор сургуулийн сурагч Баярын Золжаргал нар удаах байруудыг эзлэв.



**A1.**  $7^{2006}$  зэргийн сүүлчийн хоёр цифрийг ол.

**A2.** Тасалгаанд байгаа галуу, муур ба ялааны толгой нь 13, хөл нь 42 байв. Галуу, муур, ялаа тус бүр хэд байсан вэ? / Ялаа 6 хөлтэйг санав/

**A3.**  $38 \leq 3 \cdot x - 15 < 43$  тэнцэтгэл бишийг хангах бүхэл тоо хэд вэ?

**A4.** Алтай, Санчир, Очир нарт хэдэн алим байв. Алтай хоёр найздаа тэдэнд байгаа алимны тоотой тэнцүү тооны алим өгөв. Очир, Санчир нар энэ үйлдлийг хийсний дараа хүүхэд бүрт 8 алим үлджээ. Анх хүүхэд бүр хэдэн алимтай байсан вэ?

**A5.** Нийлбэр нь 498-д хуваагддаг тэдгээрийн ноогдвор 5 байдаг тийм гурван оронтой 2 тоог ол.

## 8-р анги

8-р ангийн төрөлд 36 сурагч оролцон 25 оноо авахаас 16.5 оноогоор Хэнтий аймгийн Тэмүүжин цогцолбор сургуулийн сурагч А.Батзаяа түрүүлж, 16 оноогоор Хан-Уул цогцолбор сургуулийн сурагч Цэдэн-Ишийн Болор-Эрдэнэ, 15.5 оноогоор Хан-уул цогцолбор сургуулийн сурагч Туяагийн Лхагвадорж нар удаах байруудыг эзлэв.

**B1.**  $\ddot{A}^2 = \ddot{E}\ddot{E}\ddot{A}$  бичлэгийг сэргээн тогтоож бүх шийдийг ол. Ижил үсгүүдигил цифр, өөр өөр үсгүүд өөр өөр цифр тэмдэглэнэ.

**B2.** Нэг ангийн сурагчдыг хос хосоор нь ширээнд хуваарилан суулгахад эгнээ тус бүрийн охидын тоо хөвгүүдийн тоотой тэнцүү бөгөөд эрэгтэй сурагч, эмэгтэй сурагчтай суусан ширээний тоо үлдэх ширээний тоотой тэнцүү байсан бол ангийн сурагчид 8-д хуваагдахыг батал.

**B3**  $p > 3$  байх анхны тооны хувьд  $p^2 - 1$  нь 24-д хуваагдахыг батал.

**B4.**  $a^2x^2 + ax + 1 - 7a^2 = 0$  квадрат тэгшитгэл хоёр бүхэл шийдтэй байх бүх эерэг  $a$  тооны утгуудыг ол.

**B5.** Хуудас цаасыг 5 хэсэг болгон хайчлав. Хайчилсан хэсэг тус бүрийг ахиад 5 хэсэг хайчлах гэх мэтээр үйлдлийг цааш үргэлжлүүлэн 2006 хэсэг цаас цаас гаргаж болох уу.

## 9-р анги

9-р ангийн төрөлд 36 сурагч оролцож 25 оноо авахаас 10.5 оноогоор Шинэ хөгжил цогцолбор сургуулийн сурагч Баттулгын Лхагвадорж түрүүлж, 10.2 оноогоор 5-р сургуулийн сурагч Цэндмаа, 10 оноогоор 12-р сургуулийн сурагч Төмөрсүхийн Төрболд нар удаах байруудыг эзлэв.

**C1.**  $x^2 + p_1x + q_1 = 0$   $x^2 + p_2x + q_2 = 0$  тэгшитгэлийн коэффициентүүд нь  $p_1 \cdot p_2 = 2(q_1 + q_2)$  хамааралтай бол тэгшитгэлүүдийн дор хаяж нэг нь бодит язгууртай болохыг батал.

**C2.** 3 талтай квадратын оройнууд цагийн зүүний дагуу чиглэлд зэрэгцээ орой руугаа нэгэн зэрэг ижил хурдтайгаар хөдөлж нийт замынхаа  $\frac{1}{3}$  хэсгийг яваад зогсоно. Үүссэн байдлаас дээрхи маягаар цэгүүд үргэлжлэн хөдөлнө. Хэдэн алхамын дараа эдгээр дөрвөн цэг нэгж радиустай дугуйд агуулагдах вэ?

**C3.**  $\overline{ABC}$  нь 37-д хуваагдаж байвал  $\overline{BCA}$  нь 37-д хуваагдахыг харуул.

**C4.** Бүхэл тооны коэффициенттэй  $ax^2 + bx + c$  квадрат гурван гишүүнтийн дискриминант нь  $D$  байг.  $D$  нь 2006 ба 2007-тай тэнцүү байж болохгүй гэж батал.

**C5.**  $A$  нь ялгаатай  $n$  элементтэй олонлог.  $A$  олонлогоос  $a + b - c - d$  нь 20-д хуваагддаг байх  $a, b, c, d$  тоонууд олддог бол  $n$ -ын хамгийн бага утгыг ол.

## 10-р анги

*10-р ангийн төрөлд 26 сурагч оролцож 25 оноо авахаас 18.5 оноогоор 1-р сургуулийн сурагч Мөнхжаргалын Батзориг түрүүлж, 17.5 оноогоор 1-р сургуулийн сурагч Гантулгын Ууганбаяр, 16 оноогоор 5-р сургуулийн Энхбатын Нямсүрэн нар удаах байруудыг эзлэв.*

**D1.**  $\overline{xy} = \sqrt{ztuv}$  нөхцлийг хангадаг  $\overline{xy}; \overline{zt}; \overline{uv}$  гэсэн хоёр оронтой тоонууд арифметик прогресс үүсгэдэг бол уул тоонуудыг ол.

**D2.**  $a, b, c$  талууд бүхий  $ABC$  гурвалжны  $A$  оройн дотоод өнцгийн биссектриссийг агуулж буй шулуунд  $B$  цэгээс буулгасан перпендикулярын суурийг  $P$ ,  $BC$  хэрчмийн дунджийг  $A_1$  гэвэл  $A_1P$  зайг ол.

**D3.**  $ABC$  адил хажуут ( $AB = BC$ ) гурвалжны оройн өнцөг  $100^\circ$  болно.  $C$  өнцгийн биссектрисс  $AB$  талыг  $D$  цэгт огтлох бол  $|DB| + |DC| = |AC|$  гэж батал.

$$x + [y] + \{z\} = 3.9$$

**D4.** Тэгшитгэлийн систем бод.  $y + [z] + \{x\} = 3.5$

$$z + [x] + \{y\} = 2$$

**D5.**  $(x^2 + 3x - 4)^3 + (2x^2 - 5x + 3)^3 = (3x^2 - 2x - 1)^3$  тэгшитгэл бод.

## 11-р анги

*11-р ангийн төрөлд 28 сурагч оролцож 25 оноо авахаас 14 оноогоор 1-р сургуулийн сурагч Батсүх түрүүлж, 12.5 оноогоор 8-р сургуулийн сурагч Энхбаярын Мөнгөннавч, 11 оноогоор 5-р сургуулийн сурагч Адилбиш нар удаах байруудыг эзлэв.*

**E1.**  $A = n^3 + 11n$  нь 6-д хуваагдахыг батал.

**E2.** D2. Хэрэв  $f(x)$  функц дурын  $x$  ба тогтмол тоо  $m$ -ийн хувьд  $f(x+m) = \frac{f(x)+1}{1-f(x)}$  тэгшитгэлд

тохирох бол түүнийг үетэй гэж харуул.

**E3.**  $a, b, c$  бодит тоонууд нь  $2a^3 - b^3 + 2c^3 - 6a^2b + 3ab^2 - 3ac^2 - 3bc^2 + 6abc = 0$  тэнцлийг хангана. Хэрэв  $a < b$  бол  $b$  ба  $c$ -ийн аль нь их вэ?

**E4.** Нас нь ялгаатай хэсэг хүмүүс дэлгүүрт дараалалд зогсож байв. Тэдний ахмад нь 40-өөс бага, хамгийн бага нь 10-аас их настай байсан ба дэс дараалан зогссон хоёр хүний бага настай хүний нас, нөгөө хүний насыг хувааж байсан бол очерт хамгийн ихдээ хэдэн хүн байсан бэ? Ямар настай хүмүүс байсныг тодорхойл.

**E5.**  $f(x) = \sqrt{15 - 12 \cos x} + \sqrt{4 - 2\sqrt{3} \sin x} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3} \sin x} + \sqrt{10 - 4\sqrt{3} \sin x - 6 \cos x}$  функцийг хамгийн бага утгыг ол.

## Бага ангийн багш

Бага ангийн багш төрөлд 27 багш оролцож 25 оноо авахаас 14 оноогоор Хэнтий аймгийн 4-р сургуулийн багш Мөнхбат түрүүлж, 13 оноогоор Булган сумын сургуулийн багш Оюунзул, 11.5 оноогоор 6-р сургуулийн багш Т.Мөнгөнцэцэг нар удаах байруудыг эзлэв.

**F1.** Шатрын хөлгийн зүүн доод булан А1 буудалд байгаа морь өөрийнхөө нүүдлээр нүд болгонд зөвхөн нэг удаа бууж баруун дээд булан Н8 буудалд очиж чадах уу

**F2.**  $(x - y)^3 + (y - z)^3 + (z - x)^3 = 15$  тэгшитгэлийн бүхэл тоон олонлогт бод.

**F3.**  $\frac{x-49}{50} + \frac{x-50}{49} = \frac{49}{x-50} + \frac{50}{x-49}$  тэгшитгэлийг бод.

**F4.**  $ABC$  гурвалжны  $BC$  тал дээр  $D, E$  цэгүүдийг  $\angle BAD = \angle CAE$  байхаар авчээ.  $ABD, ACE$  гурвалжнуудад багтсан тойргууд  $BC$  талыг харгалзан  $M, N$  цэгт шүргэдэг бол  $\frac{1}{MB} + \frac{1}{MD} = \frac{1}{NC} + \frac{1}{NE}$  болохыг батал.

**F5.** Гурван оронтой тооны цифрүүдээс бүтээж болох бүх хоёр оронтой /цифр давтагдахгүй/ тооны цифрүүдийн нийлбэрийн хагастай тэнцүү байх тийм гурван оронтой тоог ол.

### Дунд ангийн багш

Дунд ангийн багш нарын төстийн уралдаанд 24 багш оролцож Шинэ хөгжил сургуулийн багш Нямаагийн Отгончимэг түрүүлж, 1-р сургуулийн багш Цагааяагийн Эрдэнэсүвд, 8-р сургуулийн багш Ренчиндагвын Мөнхзул нар удаах байруудыг эзлэв.

Шийдвэрлэх бодлого:

$$G1. \begin{cases} x^5 + 10x^2y + 5x = 5x^4y + 10x^3 + y \\ y^5 + 10y^2z + 5y = 5y^4z + 10y^3 + z \\ z^5 + 10z^2x + 5z = 5z^4x + 10z^3 + x \end{cases} \quad (1) \text{ системийн бүх шийдийг тоол.}$$

## Математикийн багш нарын ТЕСТ

### 1-р хэсэг ( Сонгох тест )

1.  $-2(x+1) - 3 = -2$  тэгшитгэл бод ( 4 оноо )

A. -1.5 B. 1.5 C. -4 D. -6 E. -0.5

2. 5-д хуваагддаг, 9-д хуваагддаггүй тоог ол. ( 4 оноо )

A. 90 B. 111105 C. 14366 D. 21735 E. 22200

3.  $2x^2 + 11x - 6 = 0$  тэгшитгэлийн хувьд  $x_1x_2 + x_1 + x_2$  утгыг ол. ( 4 оноо )

A.  $-\frac{15}{7}$  B.  $-\frac{17}{2}$  C.  $-\frac{2}{15}$  D.  $-\frac{2}{17}$  E. 0

4.  $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x - 3y = 4 \end{cases}$  систем бод ( 4 оноо )

A. ( 1;1 ) B. ( -1;1 ) C. ( 1;-1 ) D. ( -1;-1 ) E. ( 3;4 )

5. Анх 1-р агуулахад 184, 2-рт 208 уут гурил байв. Өдөр бүр 1 ба 2-р агуулахаас харгалзан 8 ба 11 уутыг авав. Хэдэн өдрийн дараа агуулагууд ижил үлдэгдэлтэй болох вэ? ( 4 оноо )

A. 5 B. 6 C. 7 D. 8 E. 9

6.  $\sin 3x = \frac{1}{4}$  тэгшитгэл бод. ( 3 оноо )

A.  $x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{4} + \frac{2}{3}\pi n; n \in Z$  B.  $x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{4} + \frac{1}{3}\pi n; n \in Z$

C.  $x = \frac{(-1)^n}{3} \arcsin \frac{1}{4} + \frac{2}{3}\pi n; n \in Z$  D.  $x = \frac{(-1)^n}{3} \arcsin \frac{1}{4} + \frac{1}{3}\pi n; n \in Z$  E. Аль нь ч биш

7.  $\frac{(\sqrt[4]{40} + \sqrt[4]{10})^2}{4\sqrt{5} + 3\sqrt{10}}$  хялбарчил. (3 оноо)  
 A.  $2\sqrt{5}$  B. 1 C.  $\sqrt{10}$  D.  $2\sqrt{10}$  E. -1
8.  $121^{1+0.5\log_1 100} = ?$  (3 оноо)  
 A. 12100 B. 1210 C. 121000 D. 1331 E. 133100
9.  $1 - 2(\sin 72^\circ \cos 12^\circ - \sin 18^\circ \cos 78^\circ)^2 = ?$  (3 оноо)  
 A. 0.5 B. 1 C. -1 D. 0 E. -0.5
10.  $\sum_{k=1}^{10} (k^2 + k + 1) - \sum_{k=1}^{10} (k^2 - k - 1) = ?$  (3 оноо)  
 A. 120 B. 130 C. 140 D. 150 E. 160
11.  $f(x) = 2^x$  ба  $f(x_0) = 3f(2)$  бол  $x_0$  утгыг ол. (3 оноо)  
 A.  $4 + \log_2 3$  B.  $2 + \log_3 2$  C.  $2 + \log_2 3$  D.  $3 + \log_2 3$  E. 0
12.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot 3^{n+1} - 2^{n+1}}{3^n + 2^n} = ?$  (3 оноо)  
 A. 5 B.  $\frac{13}{5}$  C.  $\frac{17}{5}$  D. 15 E. 1
13.  $\vec{a} = (1; -2); \vec{b} = (-2; 2)$  бол  $\vec{a} \cdot (\vec{a} - 2\vec{b}) = ?$  (3 оноо)  
 A. 18 B. 13 C. 14 D. 16 E. 17
14.  $ABCD$  нь квадрат,  $AEF$  нь зөв гурвалжин байвал  $\angle AED - \angle FAB$  хэмжигдхүүнийг ол. (3 оноо)  
 A.  $60^\circ$  B.  $45^\circ$  C.  $30^\circ$  D.  $15^\circ$  E.  $75^\circ$
15. Кубын гол диагональ 10 см бол эзлэхүүнийг ол. (3 оноо)  
 A.  $1000\sqrt{3}$  B.  $\frac{\sqrt{3}}{9} \cdot 1000$  C. 1000 D.  $\frac{1000}{3}$  E.  $\frac{2000}{3}$
16.  $b_1; b_2; b_3; b_4$  тоонууд геометрийн прогрессийн дараалсан гишүүд ба харгалзан 6;7;6;1-ийг нэмбэл арифметик прогресс үүсгэнэ.  $b_1 + b_2 + b_3 + b_4$  нийлбэрийг ол. (3 оноо)  
 A. 30 B. 40 C. 50 D. 60 E. 100
17.  $A; B; C$  цэгүүд бөмбөрцөг дээр байрлах ба төвөөс  $(ABC)$  хавтгай хүртэлх зай 12 м.  $AB=6$  м ;  $BC=8$  м ;  $AC=10$  м бол бөмбөрцгийн гадаргуугийн талбайг ол. (3 оноо)  
 A.  $676\pi$  B.  $484\pi$  C.  $289\pi$  D.  $784\pi$  E.  $\frac{(6+8+10)\pi}{12}$
18. 0.5 хувийн давсны 40л ба 2 хувийн 50л уусмалуудаас 1.5 хувийн 30л уусмал гаргаж авахын тулд тус бүрээс нь хичнээн литрийг авж холих вэ? (3 оноо)  
 A. 10;20 B. 15;15 C. 14;16 D. 25;5 E. 28;2
19.  $\sqrt{4-6x-x^2} = x+4$  тэгшитгэл бод. (3 оноо)  
 A. -6 B. -6;-3 C. -6;-1 D. -6;-2 E. -1
20.  $8 \cdot \frac{3^{x-2}}{3^x - 2^x} > 1 + \left(\frac{2}{3}\right)^x$  тэнцэтгэл биш хэдэн бүхэл тоон шийдтэй вэ? (3 оноо)  
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4 E. 5
21.  $3 \cdot \cos^2 x + \cos x \cdot \sin x = 0.6$  тэгшитгэл  $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$  завсар хэдэн шийдтэй вэ? (3 оноо)  
 A. 8 B. 6 C. 4 D. 2 E. 1
22.  $f(x) = \frac{x-5}{x^2-10x+61}$  функцийг  $[-a; a]$  завсар дахь хамгийн их ба бага утгуудыг  $m; M$  гэж тэмдэглэв.  $m+M=0$  байлгах  $a$  параметрийн хамгийн бага утгыг ол. (3 оноо)  
 A. 11 B. 12 C. -1 D. 10 E. 5

23.  $y = f(x)$  функцын графикт  $P(2;1)$  цэгт татсан шүргэгч шулуун нь  $y = 3x - 5$  шулуунтай паралель бол  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2} \left( f\left(2 + \frac{1}{3n}\right) - f(2) \right)$  хязгаарыг бод. ( 3 оноо )

- A. 1      B.  $\frac{1}{2}$       C.  $\frac{1}{3}$       D.  $\frac{1}{4}$       E.  $\frac{1}{5}$

24.  $f(x) = x^3$  функцийн графикийг  $(ox)$  тэнхлэгийн дагуу  $a$  зайд,  $(oy)$  тэнхлэгийн дагуу  $b$  зайд шилжүүлэхэд  $y = g(x)$  функц үүсэх ба  $g(0) = 0$  байв.  $\int_a^{3a} g(x) dx - \int_0^{2a} f(x) dx = 32$  бол  $a^4 = ?$

( 3 оноо )

- A. 1      B. 16      C.  $\frac{1}{16}$       D.  $\frac{1}{81}$       E. 81

25.  $\begin{cases} a(x-2) \geq x-3 \\ 8(a+1)x \geq 8ax+9 \end{cases}$  системийг боджээ. Хэрвээ

1.  $a \geq \frac{15}{7}$  үед  $x \geq 2 + \frac{1}{1-a}$

2.  $\frac{15}{7} > a > 1$  үед  $x \geq 1\frac{1}{8}$

3.  $a = 1$  үед  $x \geq \frac{9}{8}$

4.  $a < 1$  үед  $\frac{9}{8} \leq x \leq \frac{2a-3}{a-1}$  гэсэн дөрвөн өгүүлбэр өгөгдсөн бол анхны системийн хариуг

заа. ( 3 оноо )

- A. 1,2 ба 3      B. 1,2 ба 4      C. 1,2,3 ба 4      D. 2,3 ба 4      E. 1 ба 3

### 2-р хэсэг ( Нөхөх тест )

(Энэ хэсэгт та жишээлбэл  $\overline{bcd} = 234$  гэж тооцоолж олбол  $b = 2; c = 3; d = 4$  гэж харгалзуулан бөглөнө.)

2.1. Санамсаргүйгээр хоёр оронтой тоо сонгон авахад тэр нь

а) 2 ба 7-д хуваагддаг байх магадлал  $\overline{a} / \overline{bc}$

б) 7-д хуваагддаггүй байх магадлал  $\overline{de} / 90$

в) 7-д хуваагддаг боловч 3-д хуваагддаггүй байх магадлал  $1 / \overline{fg}$  байна. ( 5 оноо )

2.2.  $SABC$  гурвалжин пирамидын  $AB; AC; AS$  талууд дээр харгалзан  $K; M; N$  цэгүүдийг

$\frac{|AK|}{|KB|} = \frac{3}{4}; \frac{|AM|}{|MC|} = \frac{5}{6}; \frac{|AN|}{|NS|} = \frac{5}{9}$  байхаар авсан бол  $\frac{V_{SBCMKN}}{V_{NAKM}} = \overline{abcd} / 75$  байна. ( 5 оноо )

2.3. Өндөр нь 5 см байх  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  зөв дөрвөн өнцөгт призмийн  $ABCD$  суурийн тал нь 10 см.  $M$  цэг нь  $AB$  тал дээр оршино.

1)  $\left( \frac{|A_1 M|}{|MC_1|} \right)^2 = 1 / \overline{a}$  бол  $|AM| = |MB|$  байна.

2) Энэ тохиолдолд  $(A_1 M C_1)$  хавтгай нь  $BC$  талыг  $N$  цэгээр огтлох ба

$S_{A_1 M N C_1} = \overline{bc} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$  байна. ( 5 оноо )

2.4.  $y = x^2 - 6x + K$  парабол  $T(3;2)$  дээр оройтой тул  $K = \overline{ab}$  байна.  $A(3;1); B(5;3)$  цэгүүдийг дайрсан  $y = x - \overline{c}$  тэгшитгэлтэй шулуун өгөгдөв. Парабол дээр орших  $(AB)$  шулуунд хамгийн

ойр цэг нь  $M(\frac{d}{2}; \frac{e}{4})$  болно.  $AM; BM$  хэрчмүүдийн үргэлжлэлүүд нь параболыг харгалзан

$$F; E \text{ цэгүүдээр огтлох бол } \frac{S_{\Delta AMB}}{S_{\Delta FME}} = \boxed{f} \text{ байна. (5 оноо)}$$

**Ахмад багш С.Баатар багшийн ид хийж бүтээж явсан залуу насандаа сурагчидтайгаа хамтран шийдвэрлэж байсан сэтгэлд гүн үлдсэн бодлогын бодолтыг гаргаж байна.**

**Бодлого 1.** 3-т хуваагддаг бөгөөд 6 гэсэн цифрээр төгсдөх 5 оронтой тоо хичнээн байх вэ?

Б.Баярхүүгийн бодолт.  $a_1 = 10026; a_2 = 10056; a_3 = 10086 \dots a_n = 99996$

$$n = ?$$

$$d = a_2 - a_1 = 10056 - 10026 = 30$$

$$d = a_3 - a_2 = 10086 - 10056 = 30 \quad 30 \text{ гэсэн ялгавартай арифметик прогресс учир } a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$\Rightarrow n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1 = \frac{99996 - 10026}{30} + 1 = \frac{89970}{30} + 1 = 3000$$

**Бодлого 2.**  $\sqrt[3]{9 + \sqrt{80}} + \sqrt[3]{9 - \sqrt{80}} = x$  тэгшитгэл бод.

Бодолт: Тэгшитгэлийн хоёр талыг куб зэрэг дэвшүүлбэл  $9 + \sqrt{80} + 9 - \sqrt{80} + 3 \cdot \sqrt[3]{9 + \sqrt{80}} \sqrt[3]{9 - \sqrt{80}} \cdot (\sqrt[3]{9 + \sqrt{80}} + \sqrt[3]{9 - \sqrt{80}}) = x^3$  болох ба  $\sqrt[3]{9 + \sqrt{80}} + \sqrt[3]{9 - \sqrt{80}} = x$  учир бодож буй тэгшитгэл маань  $18 + 3 \cdot \sqrt[3]{81 - 80} \cdot x = x^3$  буюу  $x^3 - 3x - 18 = 0$  хэлбэртэй болно.

**У.Уранжаргалын бодолт:**

Энэ тэгшитгэлийн ахмад гишүүний коэффициент  $a = 1$  тул уг тэгшитгэлийн бүхэл тоон шийдийг олох боломжтой. Безугийн теоремоор тэгшитгэлийн шийд нь  $-18$ -ийн хуваагч байх ёстой. Боломжуудыг шалгая. Хэрэв:

$$x = 1\hat{a}\hat{i}\hat{e} \quad 1^3 - 3 \cdot 1 - 18 = -20 \neq 0 \text{ шийд биш}$$

$$x = -1\hat{a}\hat{i}\hat{e} \quad (-1)^3 - 3 \cdot (-1) - 18 = -15 \neq 0 \text{ шийд биш}$$

$$x = 2\hat{a}\hat{i}\hat{e} \quad 2^3 - 3 \cdot 2 - 18 = -16 \neq 0 \text{ шийд биш}$$

$$x = -2\hat{a}\hat{i}\hat{e} \quad (-2)^3 - 3 \cdot (-2) - 18 = -20 \neq 0 \text{ шийд биш}$$

$$x = 3\hat{a}\hat{i}\hat{e} \quad 3^3 - 3 \cdot 3 - 18 = 0 \text{ шийд мөн}$$

$$x = -3\hat{a}\hat{i}\hat{e} \quad (-3)^3 - 3 \cdot (-3) - 18 = -36 \neq 0 \text{ шийд биш}$$

$$x = 6\hat{a}\hat{i}\hat{e} \quad 6^3 - 3 \cdot 6 - 18 = 180 \neq 0 \text{ шийд биш}$$

$$x = -6\hat{a}\hat{i}\hat{e} \quad (-6)^3 - 3 \cdot (-6) - 18 = -216 \neq 0 \text{ шийд биш}$$

$$x = \pm 9; x = \pm 18 \text{ үед шийд болж чадахгүй нь тодорхой. Иймд } x = 3 \text{ гэсэн шийдтэй байна.}$$

**С.Баатарын бодолт:**

$$x^3 - 3x - 18 = 0 \text{ тэгшитгэлийг үржигдхүүн болгон задлах аргаар бодож үзвэл:}$$

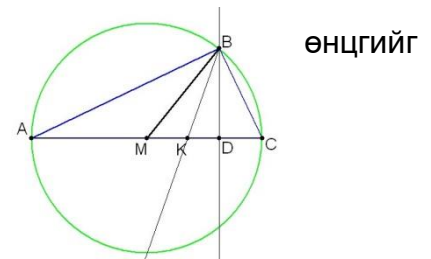
$$x^3 - 3x^2 + 3x^2 - 9x + 6x - 18 = 0 \text{ буюу } (x^3 - 3x^2) + (3x^2 - 9x) + (6x - 18) = 0 \text{ гэж бүлэглэвэл}$$

$$x^2(x-3) + 3x(x-3) + 6(x-3) = 0 \text{ болох ба}$$

$$(x-3)(x^2 + 3x + 6) = 0 \Rightarrow x = 3$$

$(x^2 + 3x + 6) = 0 \quad D = 3^2 - 4 \cdot 6 = 9 - 24 = -15 < 0$  учир шийдгүй. Энд  $x = 3$  гэсэн ганц шийдтэй болно.

**Бодлого 3.** Тэгш өнцөгт гурвалжны тэгш өнцгийн биссектрисс нь гипотенузэд буулгасан медиан ба өндөр хоёрын хоорондох хагаслан хуваана гэдгийг батал.



$$\angle ABC = 90^\circ \quad \angle ABK = \angle KBC = 45^\circ$$

$BK$  - биссектрисс

$MB$  - медиан

$BD$  - өндөр гэж өгөгдсөн ба  $\angle MBK = \angle KBD$  гэж батлана.

Баталгаа:  $\angle ABK = \angle KBC = 45^\circ$  гэж өгөгдсөн буюу  $\angle ABM + \angle MBK = \angle KBD + \angle DBC = 45^\circ$  гэж батлах ёстой.  $\triangle ABM$  адил хажуут гурвалжин учир  $\angle ABM = \angle CAB$ .  $\triangle ABC$ -гээс  $\angle CAB = 90^\circ - \angle ACB$ .  $\triangle DBC$ -гээс  $\angle DBC = 90^\circ - \angle ACB$ . Ингэхлээр  $\angle CAB = \angle DBC$  байна. Эдгээрээс  $\angle ABM = \angle DBC$  болох ба батлах тэнцэлд орлуулбал  $\angle MBK = \angle KBD$  болж батлагдлаа.

**Бодлого4.**  $\sqrt{444\dots4 - 888\dots8}$  илэрхийллийг бод.

Ашиглах арга:  $4444 - 88 = 4400 + 44 - 44 - 44 = 4400 - 44 = 44(100 - 1) = 4 \cdot 11 \cdot 9 \cdot 11 = (3 \cdot 2 \cdot 11)^2 = 66^2$

$$\begin{aligned} \sqrt{444\dots4 - 888\dots8} &= \sqrt{44\dots44 \ 000\dots0 + 444\dots4 - 444\dots4 - 444\dots4} = \sqrt{444\dots4000\dots0 - 444\dots4} = \\ &= \sqrt{444\dots4(10^n - 1)} = \sqrt{4 \cdot 111\dots1 \cdot 3 \cdot 111\dots1} = \sqrt{(2 \cdot 3 \cdot 111\dots1)^2} = 6 \cdot 111\dots1 = 666\dots6 \end{aligned}$$

**Бодлого5.** (Математик в школе 1988 №1 стр78)

Лисица впереди собака на 60 своих прыжков. 3 прыжка собаки равны 7 прыжкам лисицы. За одно и тоже время собаки делает 6 прыжков, а лисица 9. Через сколько прыжков собака догонит лисицу?

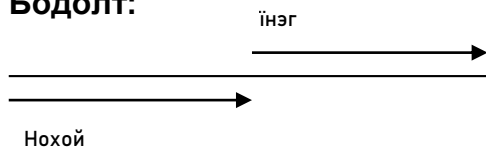
**Решение:** (Математик в школе 1988 №3)

Пусть  $a$  -длина прыжка лисицы; тогда за время  $t$ , когда лисица пробежит расстояние  $9a$ , собака пробежит  $6 \cdot \frac{7}{3}a = 14a$  т.е. на  $5a$  больше. Для того чтобы догнать лисицу, собаке потребуется время

$60a : 5a$  т.е.  $12t$  и за это время она сделает 72 прыжка.

**Орчуулга:** Үнэг өөрийнхөө харайлтаар 60 харайх зайтай газраас нохойд хөөгдөж зугтжээ. Үнэгний 7 харайх газрыг нохой 3 харайна. Харин үнэг 9 харайх хугацаанд нохой 6 харайна. Нохой хэд харайгаад үнэгийг гүйцэх вэ?

**Бодолт:**



Нохой  $x$  харайж үнэгийг гүйцэх ба үнэг  $y$  харайж нохойд гүйцэгдэнэ гэж тэмдэглэе.

$$\begin{cases} \frac{x}{3} = \frac{60 + y}{7} \\ \frac{x}{6} = \frac{y}{9} \end{cases} \Rightarrow x = \frac{2}{3}y \text{ болох ба эхний тэгшитгэлд орлуулбал } \frac{2}{3}y = \frac{3y + 180}{7} \Rightarrow 14y = 9y + 540$$

$$y = 108 \quad x = 72$$

**Б.Баярхүүгийн бодолт ( Хөөцөлдүүлэх арга)**

Зайгаар:

үнэг	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
нохой	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30

үнэг	77	84	91	98	105	112	119	126	133
------	----	----	----	----	-----	-----	-----	-----	-----

нохой	33	36	39	42	45	48	51	54	57
-------	----	----	----	----	----	----	----	----	----

үнэг	140	147	154	161	<b>168</b>	175	
нохой	60	63	66	69	<b>72</b>	75	

Хугацаагаар:

үнэг	60	69	78	87	96	105	114	123	132
нохой	0	6	12	18	24	30	36	42	48

үнэг	141	150	159	<b>168</b>	177	
нохой	60	66	66	<b>72</b>	78	