

Улз сав нутгийн математикийн 16 дугаар олимпиад 2007 оны 10 сарын 8-10-ны өдрүүдэд Дашбалбар сургууль дээр явагдаж Дорнод аймгийн төв хөдөөгийн 19 сургууль, Хэнтий аймгийн Тэмүүжин сургууль, Говьсүмбэр аймгийн 1-р сургууль, БНХАУ-ын Алтан-Эмээл, Шинэхээн сургуулийн 141 сурагч, 50 багш оролцов.

Р.Цэндэм захиралтай Дашбалбар сумын сургууль зохион байгуулж, багийн дүнгээр О.Гомбобаатар ахлагчтай Хэнтий аймгийн Тэмүүжин цогцолбор сургуулийн баг тэргүүлж, шилжин явах цомын эзэн болов.

### **7-р анги**

*7-р ангийн 31 сурагч оролцож 25 оноо авахаас 16 оноогоор 1-р сургуулийн сурагч Амгалангийн Бат-Орших түрүүлж, 15 оноогоор 5-р сургуулийн сурагч Бадамхандын Анхцэцэг, 14 оноогоор Дашбалбар сургуулийн Батжаргалын Маралмаа нар удаах байруудыг эзлэв.*

**A1.** Гурван оронтой бүх тэгш тоонуудын цифрүүдийн нийлбэрийг ол.

**A2.**  $a, b, c$  нь периметр нь 1-тэй тэнцүү гурвалжны талууд бол  $\frac{1+a}{1-2a} + \frac{1+b}{1-2b} + \frac{1+c}{1-2c} \geq 12$  гэж батал.

**A3.** Сурагч тэгш өнцөгт хэлбэртэй цаасны бага талтай тэнцүү бүхий цаасыг хайчлан авдаг. Нэгэн тэгш өнцөгт хэлбэртэй цааснаас хэдэн удаа хайчилсны дараа 2 ижил том, 3 ижил жижиг, 5 ижил бяцхан квадраттай болсон ба бяцхан квадратын тал 1 см бол анхны тэгш өнцөгтийн талуудын уртыг ол.

**A4.** 0,4,18,48,?,180,?,? Асуултын тэмдгийн оронд тохирох тоонуудыг ол.

**A5.** Хоёр оронтой тоог өгөгджээ. Уул тооны тооны өмнө нь 100 гэсэн тоог залган бичихэд үүсэх тоо нь уул тооны ард нь 1-г бичихэд үүсэх тооноос 37 дахин их тоо гарна. Анх өгсөн тоог ол.

### **8-р анги**

*8-р ангийн 31 сурагч оролцож 25 оноотой 5 бодлого бодохоос 13 оноогоор 1-р сургуулийн сурагч Энхжаргалын Соёлжингоо түрүүлж, 12.5 оноогоор Хэнтий аймгийн Тэмүүжин сургуулийн сурагч Оюунбилэгийн Гүрбазар, 11 оноогоор БНХАУ-ын Алтан-Эмээл тосгоны сургуулийн сурагч Цэвэлдоржийн Энхцэцэг удаах байруудыг эзлэв.*

**B1.**  $\sqrt{2x-5} + \sqrt{4x-3} = 4$  тэгшитгэл бод.

**B2.** Хэрэв дөрвөн оронтой тоо  $a$  ба  $b$  тоонуудын хувьд  $b$  тооны зүүн талд  $a$  тоог бичихэд үүссэн 8 оронтой тоо  $ab$ -д хуваагдаж байх  $a, b$  тоонуудыг ол.

**B3.**  $p, q$  нь сондгой бүхэл тоонууд байг. Тэгвэл  $x^2 + 2px + 2q = 0$  тэгшитгэл нь рациональ язгууруудтай байж болохгүй гэдгийг батал.

**B4.** А ба В хотоос угталцан 2 автобус зэрэг гарчээ. 7 цагийн дараа тэдний хоорондох зай 136 км байв. 2 хотын хоорондох замыг 1-р автобус 12 цаг, 2-р автобус 10 цаг авсан бол хоёр хотын хоорондох зайг ол.

**B5.** Дөрвөн өнцөгтийн диагоналиудыг татахад үүсэх дөрвөн гурвалжны периметрүүд тэнцүү бол уг дөрвөн өнцөгт ромбо болохыг батал.

### **9-р анги**

*9-р ангийн төрөлд 31 сурагч оролцож 25 оноо авахаас 16.5 оноогоор ХанУул сургуулийн сурагч Цэдэн-Ишийн Болор-Эрдэнэ түрүүлж, 14.5 оноогоор ХанУул сургуулийн сурагч*

Туяагийн Лхагвадорж, 13.0 оноогоор Хэнтий аймгийн Тэмүүжин сургуулийн сурагч Ганболдын Золжаргал нар удаах байруудыг эзлэв.

$$\text{C1. } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y+z} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z+x} = \frac{1}{3} \\ \frac{1}{z} + \frac{1}{x+y} = \frac{1}{4} \end{cases} \text{ тэгшитгэл бод.}$$

**C2.** 5 оноотой нэгэн бодлогыг бодоход хөвгүүдийн дундаж оноо 4, охидын дундаж оноо 3.25 нийт сурагчдын дундаж оноо 3.6 байв. Нийт сурагчдын тоо 30-аас их, 50-аас бага бага байсан бол охид хөвгүүдийн тоог ол.

**C3.**  $a^2x^2 + ax + 1 - 7a^2 = 0$  квадрат тэгшитгэл хоёр бүхэл шийдтэй байх бүх эерэг  $a$  тооны утгуудыг ол.

**C4.**  $a, b$  нь ялгаатай натурал тоонуд бол  $(a^2 + b^2)^n$  илэрхийлэл ямар ч натурал  $n$ -ийн хувьд хоёр натурал тооны квадратуудын нийлбэрт тавигдахыг батал.

**C5.** Гүдгэр таван өнцөгтийн хувьд  $1 < \frac{\sum d}{p} < 2$  тэнцэтгэл биш биелэхийг батал. Энд:  $\sum d$  нь диагоналиудын нийлбэр,  $p$  нь периметр болно.

## 10-р анги

10-р ангийн төрөлд 23 сурагч оролцсоноос 17 оноогоор 1-р сургуулийн Энхбаярын Хулан түрүүлж, 16.5 оноогоор FLOWER сургуулийн сурагч Энхбаатарын Отгонбаяр, 16 оноогоор 1-р сургуулийн Бямбаагийн Баттогтох нар дараах байруудыг эзлэв.

**D1.**  $a, b$  нь  $a^2 + b^2 = 1$  байх эерэг тоонууд бол  $\frac{a^3b^3}{(1+a^6)(1+b^6)} \leq \frac{8}{81}$  гэж батал.

**D2.**  $ABC$  гурвалжны  $AD$  биссектриссийг татав. Хэрэв  $AB + AD = 25, AC - AD = 4$  бол  $AD$  биссектриссийн уртыг ол.

**D3.**  $6x^3 - x^2 - 20x + 12 = 0$  тэгшитгэлийг бод.

**D4.** Дурын сондгой  $a, b, c$  гэсэн бүхэл тоонуудын хувьд  $ax^2 + bx + c = 0$  тэгшитгэл рациональ язгуургүй болохыг батал.

**D5.**  $|x-1| - 2|x-2| + 3|x-3| = 4$  тэгшитгэлийг бод

## 11-р анги

11-р ангид 25 сурагч оролцож 22 оноогоор 1-р сургуулийн сурагч Мөнхжаргалын Батзориг түрүүлж, 14 оноогоор Хан-уул сургуулийн сурагч Ганбаатарын Энхболор, 13.5 оноогоор 5-р сургуулийн сурагч Энхбатын Нямсүрэн нар удаах байруудыг эзлэв.

**E1.**  $A$  цэгээс салаалсан хоорондоо  $60^\circ$  өнцөг үүсгэх хоёр шулуун замын нэгэн уулзвараас 300 км зайд байгаа  $B$  цэгээс 60км/ц хурдтай машин, нөгөө дээр нь уулзвараас 180 км зайд байгаа

С цэгээс 30км/ц хурдтай машин нэгэн зэрэг уулзварын зүг хөдөлжээ. Тэдгээрийн хоорондох зай хэдэн цагийн дараа хамгийн бага болох вэ? Энэ зай нь ямар хэмжээтэй байна вэ?

**E2.**  $a_n = n + \lfloor \sqrt{n} \rfloor$  бол  $a_k, a_{k+1}, a_{k+2}, \dots, a_{k+2007}$  тоонууд яг дэс дараалсан байх хамгийн бага  $k$  –г ол.

**E3.**  $\frac{(2^3 - 1)(3^3 - 1)\dots(100^3 - 1)}{(2^3 + 1)(3^3 + 1)\dots(100^3 + 1)} = \frac{3367}{5050}$  тэнцэтгэл батал.

**E4.**  $ABC$  гурвалжны  $BC$  тал дээр  $D, E$  цэгүүдийг  $\angle BAD = \angle CAE$  байхаар авчээ.  $ABD, ACE$  гурвалжнуудад багтсан тойргууд  $BC$  талыг харгалзан  $M, N$  цэгт шүргэдэг бол  $\frac{1}{MB} + \frac{1}{MD} = \frac{1}{NC} + \frac{1}{NE}$  болохыг батал.

**E5.**  $\sin 2x, \sin 5x, \sin 7x$  тоонууд рациональ бол  $\sin 12x$  тоог рациональ гэж батал.

### Бага ангийн багш

*Бага ангийн багш төрөлд 24 багш оролцож 12 оноогоор Баяндун сургуулийн багш Жаргалсаны Алтансувд түрүүлж, 9.3 оноогоор Дорнод Дээд сургуулийн оюутан Төмөрбаатарын Ариунаа, 9.2 оноогоор Дорнод Дээд сургуулийн оюутан Батаагийн Бямбасүрэн нар удаах байруудыг эзлэлээ.*

**F1.** Арифметик прогрессийн эхний гишүүн нь  $(-27)$ , ялгавар нь 5 бол эхний гишүүний  $n$  гишүүний нийлбэрийн хамгийн бага утгыг ол.

**F2.** Ангийн 32 сурагч хоёр хуваагдаж нэг хэсэг нь цирк нөгөө хэсэг нь кино үзжээ. Ингэхэд тэд цирк ба киноны билетэд адилхан хэмжээний мөнгө төлсөн байв. Хэрэв циркийн билетний үнийг 1\$-оор хямдруулж киноны билетний үнийг 1\$-оор нэмэгдүүлсний дараа цирк ба киноны билетийг өмнөхийн адил хэмжээний мөнгөөр худалдан авбал 2 сурагч кино ч, цирк ч үзэхгүй үлдэх байв. Хэрэв билетний үнийг хуучнаар байлгаж, 2-р хэсгийн сурагчид цирк, 1-р хэсгийн сурагчид кино үзвэлтэд циркийн билетэнд киноны билетнээс 64\$ илүү төлөх байсан бол цирк ба киноны билетний үнийг ол.

**F3.**  $a, b, c$  талууд бүхий  $ABC$  гурвалжны  $A$  оройн дотоод өнцгийн биссектриссийг агуулж буй шулуунд  $B$  цэгээс буулгасан перпендикулярын суурийг  $P$ ,  $BC$  хэрчмийн дунджийг  $A_1$  гэвэл  $A_1P$  зайг ол.

**F4.**  $2x^2 + (4m + 3)x + 12m - 7 = 0$  тэгшитгэлийн хоёр язгууруудын квадратын нийлбэр хамгийн бага байхаар  $m$  параметрийн утгыг ол.

**F5.**  $1 + x^2y = x^2 + 2xy + 2x + y$  тэгшитгэлийн бүхэл тоон шийдүүдийг ол.

### Дунд ангийн багш

*Дунд ангийн багш төрөлд 26 багш оролцож 15.5 оноогоор Дашбалбар сумын багш Батсүхийн Батсайхан түрүүлж, 15.0 оноогоор 8-р сургуулийн багш Ренцэндагвын Мөнхзул, 6.5 оноогоор 1-р сургуулийн багш Дахтын Эрдэнэчимэг нар удаах байруудыг эзлэв.*

**G1.** Нэгж эзлэхүүнтэй шулуун дугуй цилиндрт бөмбөрцөг багтжээ. Энэ бөмбөрцгийг багтаасан конусуудын дотроос хамгийн бага эзлэхүүнтэйг нь ол.

**G2.**  $\int_0^{\infty} \frac{\ln(1+x^2)\ln(1+9x^2)}{x^4} dx$  интеграллыг тооцоол.

**G3.**  $\sqrt[8]{2207 - \frac{1}{2207 - \frac{1}{2207 - \dots}}} = \frac{a+b\sqrt{c}}{d}$  байх  $a, b, c, d \in Z$  тоонуудыг ол.

**G4.** Угсрах цувуур дээр 3 суурь машинаас деталь ирдэг. Суурь машинуудын хүчин чадал харилцан адилгүй. 1-р нь бүх бүтээгдхүүний 50%, 2-р нь 30%, 3-р нь 20%-ийг хийж өгнө. Хэрвээ 1-р суурь машинаар хийгдсэн деталийг угсрахад хэрэглээнд тохирсон бүтээгдхүүн болох магадлал 0.98, 2-р ба 3-р суурь машинуудын хувьд харгалзан 0.95; 0.8 байжээ. Гарсан бүтээгдхүүн нь хэрэглээнд тохирсон байх ба машин тус бүрийн хувьд магадлалыг ол.

**G5.**  $\sqrt{7}-1; 4; \sqrt{7}+1$  тоонууд нь гурвалжны талуудын урт байв. Эдгээрээс аль богино байх хоёр талыг нь тойруулан эргүүлэхэд үүссэн хоёр биетийн эзлэхүүнүүдийн харьцаа аль нь байж болох вэ?