

АРВАН ЕСДҮГЭЭР ОЛИМПИАД

Улз сав нутгийн математикийн 19 дүгээр олимпиад 2010 оны 10 сарын 8-9-ний өдрүүдэд 12 дугаар сургууль дээр явагдаж аймгийн төв хөдөөгийн 21 сургуулийн 137 сурагч, 33 багш оролцов.

М.Аюушхорлоо захиралтай сургуулийн хамт олон чанартай зохион байгуулан багийн дүнгээр Б.Хүрэлбаатар ахлагчтай Хан-Уул сургуулийн баг тэргүүлэн шилжин явах цомын эзэн болов.

7-р анги

7-р ангийн төрөлд 30 сурагч оролцон Хан-Уул сургуулийн сурагч Б.Жигүүр түрүүлж, 5-р сургуулийн сурагч З.Баасанжав, Халхгол сургуулийн сурагч Г.Саранзаяа нар удаах байруудыг эзлэв.

- A1.** $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + 6 \cdot 7 + \dots + 2008 \cdot 2009 + 2009 \cdot 2010$ тоо ямар цифрээр төгсөх вэ?
- A2.** 5×5 хэмжээтэй самбарын шугамын дагуу талтай квадратыг хэдэн янзаар зурж болох вэ? /Дөрвөлжин шугамтай дэвтрийн цаас гэж олгож болно./
- A3.** Болд ямар нэгэн тоо санаад Батад хэлсэн. Бат тэр тоог 5 эсвэл 6-аар үржүүлсэн. Батын хариунд Ариунаа зөвхөн өөрийн дураар 5 эсвэл 6-г нэмсэн. Цэцгээ болохоор Ариунаагийн хариунаас мөн 5 эсвэл 6-г өөрийнхөө дураар хасна. Тэгэхэд 73 гарсан бол Болд анх ямар тоо санасан бэ?
- A4.** Оюутанд зөвхөн 20гр, 28гр, 35гр-ын хэдэн туухай байв. Энэ оюутан 197гр-ын хэмжээтэй бодисыг хэмжиж чадах уу? Яагаад?
- A5.** $n^2 + n + 1$ нь 2010-д хуваагддаг байх натурал тоо n олдох уу. Олдох бол бодлогын нөхцлийг хангах бүх утгыг ол. Хэрэв олдохгүй бол учрыг тайлбарла.

8-р анги

8-р ангийн төрөлд 5-р сургуулийн сурагч Г.Эрчиссаран түрүүлж, Шинэ зуун сургуулийн сурагч Б.Тэмүүжин, 12-р сургуулийн сурагч Т.Ганболд нар удаах байруудыг эзлэв.

B1.
$$\sqrt{31 - \sqrt{31 + \sqrt{31 - \sqrt{31 + \sqrt{31 - \dots + \sqrt{31 - \sqrt{31}}}}}}}$$
 -н утгыг 5-тай жиш.
2009 удаа

- B2.** $10a$ нь квадрат тоо ба $6a$ нь куб тоо ба a нь тийм шинж чанартай тоонуудын хамгийн бага натурал тоо бол a нь хэдэн хуваагчтай бэ?
- B3.** Нэг нь 2 цаг, нөгөө нь 8 цаг асдаг ижил урттай хоёр лааг зэрэг асааснаас хойш ямар хугацааны дараа нэг нь нөгөөгөөсөө хоёр дахин урт байх вэ?
- B4.** Тойрог дээр 100 цэг тэмдэглэгдсэн байв. Хоёр хүүхэд эдгээр цэгүүдийг ээлж ээлжээр өмнө татсан хэрчимтэй огтолцоогүй хэрчмээр холбож тоглов. Хэрэв өөрийнхөө ээлжинд хэрчим татаж чадахгүй болсон нь хожигдох бол хэн нь хожих вэ? Тэр хожихын тулд хэрхэн тоглох ёстой вэ?
- B5.** Өгөгдсөн тоонуудын аль нэг хоёр a, b тоог харгалзан $\frac{3a-b}{2}$; $\frac{3b-a}{2}$ тоонуудаар солих үйлдлээр 2001, 2003, 2004 тоонуудаас 1999, 2002, 2005 тоонуудыг гарган авч болох уу. Хэрэв болдог бол гаргах дарааллыг заа. Болохгүй бол яагаад.

9-р анги

9-р ангийн төрөлд 26 сурагч оролцон Хан-Уул сургуулийн сурагч Т.Энхжин түрүүлж, 8-р сургуулийн сурагч И.Баяртулга, Г.Ариунбаатар нар удаах байруудыг эзлэв.

C1. $f(x) = \frac{2x}{3x+4}$ ба $f(g(x)) = x$ болно. Тэгвэл $g(x)$ функцийг тодорхойл.

C2. Баатар ямаагаа 5 м урттай уяагаар 2×3 м хэмжээтэй хашааны нэг өнцгөөс уяжээ. Тэгвэл ямааны өвс идэж болох талбайн хэмжээ ямар байх вэ? (S нь r радиустай дугуйн талбай $S = \pi r^2$)
Жич: Ямааны хэмжээг хамаарахгүй гэж үзнэ.

C3. Төгс тоо натурал тооны квадрат болж чадахгүйг батал. Өөрийн бүх хуваагчдын нийлбэртэй тэнцүү байдаг тоог төгс тоо гэнэ. Ж нь: $6=1+2+3$

C4. 1×1 талбайтай квадрат дээр (дотор ба хүрээн дээр) 1975 цэг тэмдэглэжээ. $A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6 A_7 A_8$ тахир шугамын урт $\frac{9}{16}$ -өөс үл хэтрэх 8 цэг олдохыг үзүүл.

C5. $3xy - x - 2y = 8$ тэгшитгэлийн бүхэл тоон шийдийг ол.

10-р анги

10-р ангийн төрөлд 26 сурагч оролцон Чойбалсан сургуулийн сурагч Г.Болд-Эрдэнэ түрүүлж, 5-р сургуулийн сурагч Б.Балжмаа, 1-р сургуулийн сурагч Ц.Хонгорзул нар удаах байруудыг эзлэв.

D1. Хэрэв $x + y + z = 1$ бол $\sqrt{4x+1} + \sqrt{4y+1} + \sqrt{4z+1} \leq \sqrt{21}$ болохыг батал.

D2. ? \times = 7632 гэсэн үржүүлэх үйлдэлд 1-9-ийн цифр яг нэг

удаа орно. Асуултын тэмдгийн оронд ямар цифр байх вэ?

D3. Гадна талаараа шүргэлцсэн тойргийг 1 урттай талтай квадратад багтаасан. Тэгвэл тойргийн радиусуудын нийлбэр хэд байх вэ?

D4. Диагоналиудын геометр дундажтай нь талын урт нь тэнцүү байдаг ромбын хурц өнцөг ямар хэмжээтэй байх вэ?

Санамж: a, b тоонуудын геометр дундаж нь $\sqrt{a \cdot b}$ байдаг.

D5. Гурван оронтой тоог түүний цифрүүдийн нийлбэрт хуваахад дандаа нэгэн үлдэгдэл гардаг дүрэмтэй гэвэл гарч болох хамгийн их үлдэгдэл хэд байж болох вэ?

11-р анги

11-р ангийн төрөлд 28 сурагч оролцон 8-р сургуулийн сургуулийн сурагч Б.Ундаръяа түрүүлж, 1-р сургуулийн сурагч Б.Мөнхтогтох, 5-р сургуулийн сурагч Б.Болор-Эрдэнэ нар удаах байруудыг эзэлсэн.

E1. $S_n = P_1 + P_2 + \dots + P_n$, $P_1 = 2$; $P_2 = 3$; ... P_n -нь $n - p$ анхны тоо бол S_n ба S_{n+1} -ийн хооронд бүтэн квадрат ямагт оршино гэдгийг батал.

E2. x, y, z тоонуудын аль нь ч нөгөө хоёрынхоо нийлбэрийн косинустай тэнцүү бол $x = y = z$ болохыг батал.

E3. R радиустай тойрогт багтсан гурвалжны оройнууд нь тойргийг 2:5:17 харьцаагаар хуваажээ. Гурвалжны талбайг ол.

E4. $f(x); g(x); h(x)$ нь квадрат гурван гишүүнтүүд байв. Тэгвэл $f(g(h(x))) = 0$ тэгшитгэл нь 1,2,3,4,5,6,7 ба 8 гэсэн шийдүүдтэй байж болох уу.

E5. $a > 2$ бодит тоо бол $\frac{\pi}{a} > \frac{3}{\sqrt{a^2+9}}$ тэнцэтгэл бишийг батал.

Бага ангийн багш

Бага ангийн багш төрөлд 21 багш оролцон Чойбалсан сургуулийн багш Г.Аззаяа түрүүлж, Хан-Уул сургуулийн багш Т.Бумгараев, 5-р сургуулийн багш Ц.Энхболор нар удаах байруудыг эзэлсэн.

F1. 1,3,4,9,10,12,13 ... ($= 3^0; 3^1; 3^0 + 3^1; 3^2; 3^0 + 3^2; 3^1 + 3^2; 3^0 + 3^1 + 3^2; \dots$) гэсэн өсөх эрэмбэтэй тоон дараалал нь 3-ын зэрэгтээс болон боломжит бүх зэрэгтийн нийлбэрээс бүтнэ. Тэгвэл дарааллын 100-р тоо хэд байж болох вэ?

F2. Нэгэн орос өвөө ачдаа дараах бодлого бодуулжээ. “Өвөө нь 20-р зуунд, аугаа их эх орны дайн эхлэхээс өмнө төрсөн. Миний төрсөн он бол анхны тоо, цифрүүд нь тэгээс ялгаатай ба цифрүүдийнх нь үржвэр ямар нэг тооны квадрат болно” гэжээ. Өвөө нь хэдэн онд төрсөн вэ?

F3. 4x4 таблицад 16 тоо бичжээ. Дараах таблицыг анхны таблицаас элемент бүрийг нь нэгэн зэрэг тэр элементийг агуулсан нэг мөр буюу нэг багананд орших зургаан тооны арифметик дунджаар нь солих үйлдлээр гаргаж авсан юмсанжээ. Анхны таблицыг ол.

2	0	0	1
0	0	0	0
0	0	0	0
3	0	0	2

F4. $\overline{ABC} \cdot \overline{BC} \cdot C = 8448$ байдаг бол A, B, C тоонуудыг ол.

F5. Хэрэв $\alpha + \beta + \gamma = \pi$ байвал $\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} + \operatorname{tg}^2 \frac{\beta}{2} + \operatorname{tg}^2 \frac{\gamma}{2} \geq 1$ болохыг батал.