

# ХОРИНХОЁРДУГААР ОЛИМПИАД

Улз сав нутгийн математикийн 22 дугаар олимпиад 2013 оны 10 сарын 11-12-ны өдрүүдэд 8 дугаар сургууль дээр явагдаж аймгийн төв хөдөөгийн 15 сургууль болон Говьсүмбэр аймгийн 1-р сургуулийн нийт 184 сурагч, 39 багш оролцов.

Олимпиадыг Ж.Мэндбаяр захиралтай 8-р сургуулийн хамт олон зохион байгуулж, багийн дүнгээр Ц.Алдармаа ахлагчтай 5-р сургуулийн баг тэргүүлэн шилжин явах цомын эзэн болов.

## 7-р анги

*7-р ангийн төрөлд 36 сурагч оролцон 12-р сургуулийн сурагч С.Түшигбаяр түрүүлэн, Баяндун сургуулийн сурагч Ц.Соёлмаа, 12-р сургуулийн сурагч Б.Баатардорж нар удаах байруудыг эзлэв.*

**A1.** Самбарт бичигдсэн дэс дараалсан 4 тооны аль нэг хоёрын үржвэрээс үлдсэн хоёр тооны үржвэрийг хасахад 2013 гарчээ. Самбарт ямар тоонууд бичигдсэн бэ?

**A2.**  $C, D$  ба  $E$  цэгүүд нэг шулуун дээр оршиж байв. Хэрвээ  $CD = 17$  ба  $DE = 8$  бол  $CE$ -ийн уртыг ол.

**A3.** Багш нэгэн аравтын бутархайг Болдод харуулжээ. Болд бутархайн таслалыг баруун гар тийш нэг цифрээр шилжүүлэн бичсэнээс болж уг тоо 62,01-ээр их болсон. Багш ямар тоо харуулсан бэ.

**A4.** “БАГШ” гэсэн үгний байрыг солиход хэдэн ялгаатай үсэгнүүдийн дараалал үүсэх вэ?

**A5.** Сургуулийн номын санд 180 ширхэг адал явдалт, үлгэрийн, шинжлэх ухааны төрлийн ном байдаг байв. Энэ 7 хоногт хийсэн тооллогоор 18 ширхэг адал явдалт, 24 ширхэг шинжлэх ухааны, 12 ширхэг үлгэрийн номуудыг уншигчдад өгсөн байв. Мөн энэ удаад бүх төрлөөс ижил тооны ном номын санд үлдсэн байсан бол 180 ширхэг номны хэд нь шинжлэх ухааны ном байсан бэ?

## 8-р анги

*8-р ангийн төрөлд 47 сурагч оролцон Хан-Уул сургуулийн сурагч Э.Шинэхүү түрүүлэн, 8-р сургуулийн сурагч П.Баттөр, Flower сургуулийн сурагч У.Одмаа нар удаах байруудыг эзлэв.*

**B1.** Гурвалжинг гурван тэнцүү гурвалжинд хувааж болдог бол уг гурвалжны нэг өнцөг нь  $60^\circ$  байхыг харуул.

**B2.** Үнсгэлжин үнснээс вандуй ялгах үед тагтаанууд түүнд тусласан. Онцгой хурдан 1-р тагтаа нисэхээсээ өмнө бүх вандуйн  $\frac{1}{4}$ -ийг ялгасан байна. Дараагийн гурван тагтаа нийлээд үлдсэн вандуйны хагасыг ялгаад нисэж явжээ. Дараа нь 48 тагтаа нисэж ирээд тав тавыг ялгахад бүх ажил дууссан бол анх үнсэнд хэдэн вандуй байсан бэ?

**B3.**  $p > 3$  анхны тоо бол  $p^2 - 1$  нь 24-д хуваагдахыг батал.

**B4.**  $x^2 + \frac{4x^2}{(x+2)^2} = 5$  тэгшитгэлийг бод.

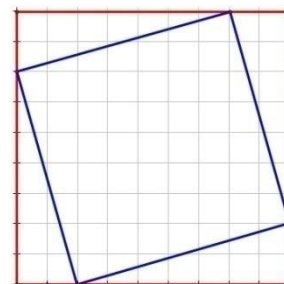
**B5.**  $9 \cdot 2^7$  тоог гурван натурал тооны квадратуудын нийлбэр болон дөрвөн натурал тооны нийлбэрт тус тус задал.

## 9-р анги

*9-р ангийн төрөлд 29 сурагч оролцон 1-р сургуулийн сурагч Б.Лхагвасүрэн түрүүлэн, 5-р сургуулийн сурагч Г.Ариунбилэг, 1-р сургуулийн сурагч О.Халиунаа нар удаах байруудыг эзлэв.*

**C1.**  $||x + 2| - 2x| = \frac{x+3}{2}$  тэгшитгэлийг бод.

**C2.** Зурагт үзүүлснээр нэг бага квадратыг том квадратын дотор зурсан. Хэрэв жижиг нүднүүдийн нэг бүрийн талбай 1 кв.см бол квадратын талбайг ол.



**C3.** Аливаа эерэг бүхэл  $a, b, c, d$  дөрөвтийг авахад  $(a - b)(a - d)(b - c)(b - d)(c - d)$  үржвэр 12-д хуваагдахыг батал.

**C4.**  $A = 2011^{2011} + 2013^{2013}$  ба  $B = 2013^{2011} + 2011^{2013}$  тоонуудын аль нь их вэ?

**C5.** Хэрэв 36 дээр 37-г нэмэхэд 73 гарна. Энэ нийлбэр нь 36 дээр нэмсэн 37-ийн цифрүүдийн байрыг сольсон тоо юм. Цифрүүдийн байрыг солиод 36 дээр нэмэхэд нийлбэр нь гарах хоёр оронтой тоо хэд байх вэ? Тоонуудыг нэрлэ.

## 10-р анги

*10-р ангийн төрөлд 24 сурагч оролцон 5-р сургуулийн сурагч О.Анударь түрүүлж, 1-р сургуулийн сурагч С.Азжаргал, Б.Золжаргал нар удаах байранд шалгарав.*

**D1.**  $ABC$  гурвалжны  $A$  оройг  $B$  ба  $C$  өнцгүүдийн биссектрисүүд дээр проекцлоход  $X$  ба  $Y$  цэгүүдэд бууна. Хэрэв  $AC = b$ ,  $AB = c$ ,  $XY = l$  бол  $BC$  талын уртыг ол.

**D2.**  $2p_1 - p_2 + 7p_3 = 1826$ ;  $3p_1 + 5p_2 + 7p_3 = 2007$  тэнцэтгэлүүдийг зэрэг хангах бүх  $(p_1; p_2; p_3)$  анхны тоон гуравтыг ол.

**D3.** Одоо 21 цаг болж байна. Би 100км/ц тогтмол хурдтай явж байгаа. Хэрэв би яг энэ хурдаар явбал миний машины бензин 80 км зам явахад л хүрнэ. Харин дараагийн бензин авах газар 100 км-ийн цаана байгаа. Бензин км бүрт зарцуулах зарцуулалт нь хурднаас хамаарна. Хэрэв би тогтмол хурдтай явахыг хүсвэл хамгийн эртдээ хэдэн цагт бензин авах газарт хүрэх вэ?

**D4.**  $a, b, c, d > 0$  ба  $a + b + c + d = 1$  бол  $\frac{1}{4a+3b+c} + \frac{1}{3a+b+4d} + \frac{1}{a+4c+3d} + \frac{1}{4b+3c+d} \geq 2$  тэнцэтгэл биш биелэхийг батал.

**D5.** Ажилчин 5 ширхэг зоос үйлдвэрлэхдээ 2 зоосыг өөр материалаар андуурч хийсэн байв. (Бүх зос ижил харагдана.) Ахлагч нь 2 ширхэг хуурамч зоос байгаа бөгөөд бусдаасаа жингээрээ ялгаатай боловч өөр хоорондоо тэнцүүг нь мэдэж байв. Ажилчин өөрөө яг аль зооснууд хуурамч гэдгийг, мөн дээр нь тэдгээр нь бусдаасаа хөнгөн гэдгийг мэдэж байлаа. Тэр туухайгүй тавган жинлүүр ашиглан 2 жинлээд хуурамч 2 зоос аль нь болох, мөн жинхэнэ зоосноосоо хөнгөн гэдгийг ахлагчдаа харуулах хэрэгтэй болов. Тэр ингэж чадах уу.

## 11-р анги /12 жилийн/

12 жилийн 11-р ангийн төрөлд 24 сурагч оролцон Хан-Уул сургуулийн сурагч Д.Санчирсүрэн түрүүлж, 5-р сургуулийн сурагч Г.Төрбат, 8-р сургуулийн сурагч Г.Ганбаяр нар удаах байруудыг эзлэв.

**E1.**  $ABCD$  паралелограммын диагоналиуд нь перпендикуляр бөгөөд хурц өнцөг нь  $60^\circ$  байв. Хэрэв  $AB = 2\sqrt{3}$  бол  $ABC$  гурвалжныг багтаасан тойргийн төвөөс  $ABCD$  паралелограммд багтсан тойргийн төв хүртэлх зайг ол.

**E2.** Дэс дараалсан 8 натурал тоог тус бүр нь 4 элементтэй 2 ангид хуваав. Хэрэв анги тус бүрийн тоонуудын квадратуудын нийлбэр тэнцүү бол анги тус бүрийн тоонуудын нийлбэр тэнцүү гэж батал.

**E3.** 5 тамирчин гүйлтийн дасгалын дараа биеийн тамирын хувцсаа овоолж орхиод душнд орцгоожээ. Гарч ирээд хувцсаа өмсөхөд өөрийнхөө хувцсыг буцааж өмсөөгүй байх боломж хэд байх вэ?

**E4.**  $7 \cdot 2^n$ ,  $n \in N$  тоог 3 натурал тооны квадратуудын нийлбэрт тавьж болдог байх бүх натурал тоог ол.

**E5.** Хэрэв  $p$  нь 7-оос их анхны тоо бол  $p^4 - 1$  нь 240-д хуваагдахыг батал.

### 11-р анги /11 жилийн/

11 жилийн 11 дүгээр ангийн төрөлд 24 сурагч оролцон 5-р сургуулийн сурагч Г.Эрчиссаран түрүүлж, 5-р сургуулийн сурагч Ц.Сугарзоригт, О.Алтангэрэл нар удаах байруудыг эзлэв.

**F1.**  $S(n)$  нь натурал тоо  $n$ -ийн цифрүүдийн нийлбэр. ( Жишээлбэл  $S(278) = 17$  ) Хэрэв  $a_1 = S(3^{2012} + 2012^3)$ ;  $a_2 = S(a_1)$ ;  $a_3 = S(a_2)$  бол  $a_3$ -ыг ол.

**F2.**  $ABCD$  трапецийн  $A, B, C$  оройнууд  $D$  цэг дээр төвтэй тойрог дээр орших бөгөөд  $AD^2 = AB \cdot BC$ ;  $AB \neq BC$  нөхцөл биелдэг бол  $\angle DAB$ ;  $\angle ABC$  өнцгүүдийн хэмжээг ол.

**F3.**  $P_n(x) = (x^2 + x + 1)^n - (x^2 + x)^n - (x^2 + 1)^n - (x + 1)^n + x^{2n} + x^n + 1$  олон гишүүнтийн коэффициент бүр нь 7-д хуваагддаг байх бүх эерэг бүхэл  $n$  тоог ол.

**F4.**  $[x] + [2x] + [4x] + [8x] + [16x] + [32x] = 12345$  тэгшитгэлийг бод.

**F5.** А ба В хотоос нэгэн зэрэг угтлалцан гарсан 2 дугуйтай хүн 2 цаг явсны дараа хоорондох зай нь 22 км болсон байв. Хэрэв тэдгээрийн нэг нь хоёр хотын хооронд 7 цаг, нөгөө нь 5 цаг явдаг бол гарснаасаа хойш хэдэн цагийн дараа уулзах вэ?

### Бага ангийн багш

Бага ангийн багш төрөлд 13 багш оролцон 6-р сургуулийн багш Г.Аззаяа түрүүлж, 5-р сургуулийн багш Ц.Энхболор, Говьсүмбэр аймгийн 1-р сургуулийн багш Г.Нарангэрэл нар удаах байруудыг эзлэв.

**G1.**  $ABC$  адил талт гурвалжны талын урт 6-тай тэнцүү. Энэ гурвалжинд багтсан тойргийн дурын  $T$  цэгийн хувьд  $TA^2 + TB^2 + TC^2 = 45$  тэнцэтгэл биелэхийг батал.

**G2.** Тэгш өнцөгтийн паралель хоёр тал нь 1 урттай байв. Уг тэгш өнцөгтийг перпендикуляр хоёр шулуунаар дөрвөн тэгш өнцөгтөд хуваахад тэдгээрийн гурав нь 1-ээс багагүй талбайтай, үлдсэн нь 2-оос багагүй талбайтай байв. Анхны тэгш өнцөгтийн үлдсэн хоёр талын урт хамгийн багадаа хэд байх вэ?

**G3.** Сурагч эхний өдөр нийт асуултын  $\frac{1}{5}$  хэсэг ба 8 асуулт, 2 дахь өдөр үлдсэн асуултын 40% ба 3 асуулт, 3 дахь өдрийн үдээс өмнө үлдсэн асуултынхаа  $\frac{2}{3}$  хэсгийг боловсруулахад 7 асуулт боловсруулаагүй үлдсэн бол шалгалт хэдэн асуулттай байсан бэ?

**G4.**  $5^x \cdot x^2 - 5^{x+1} + 125 = 25x^2$  тэгшитгэлийн шийдүүдийн квадратуудын нийлбэр хэд бэ.

**G5.** 1,2,3, ...,100 тоонуудаас  $a < b$  ба  $a < c$  байх  $a, b, c$  тоонууд сонгох бүх боломжийн тоог ол.

### **Математикийн багш**

*Математикийн багш төрөлд 26 багш оролцон 5-р сургуулийн багш Ц.Алдармаа түрүүлж, 6-р сургуулийн багш Т.Мөнгөнцэцэг, Хан-Уул сургуулийн багш Ч.Болорчимэг нар удаах байруудыг эзлэв.*

**H1.**  $(1.5p - 7) \cdot 32^{0.4x+0.2} + (29p - 154) \cdot 0.125^{-\frac{x}{3}} + 11p - 41 = 0$  тэгшитгэл  $10p - p^2 - 24$  ширхэг ялгаатай шийдтэй байхаар  $p$  параметрийн бүх утгуудыг ол.

**H2.**  $n > 4$  байх дурын гүдгэр  $n$  өнцөгтийг  $n$  ширхэг мохоо өнцөгт гурвалжинд хувааж болохыг батал.

**H3.** 4 катеттай адил хажуут тэгш өнцөгт  $ABC$  гурвалжны  $AC$  катетаар диаметрээ хийсэн тойрогт  $BK$  шүргэгч татав.  $B$  оройгоос  $CK$  хүртэлх зайг ол.

**H4.** Аливаа эерэг  $x; y; z$  тоонуудын хувьд  $\left(x^2 + \frac{3}{4}\right)\left(y^2 + \frac{3}{4}\right)\left(z^2 + \frac{3}{4}\right) \geq \sqrt{(x+y)(y+z)(z+x)}$  тэнцэтгэл бишийг батал.

**H5.** 1; 2; 2; 3; 3; 3; 4; 4; 4; ;4; 5; .... дараалал өгөгдөв.

а. Дарааллын 2013-р гишүүнийг ол.

б. Дарааллын ерөнхий гишүүний томъёог ол.