

ХОРИНГУРАВДУГААР ОЛИМПИАД

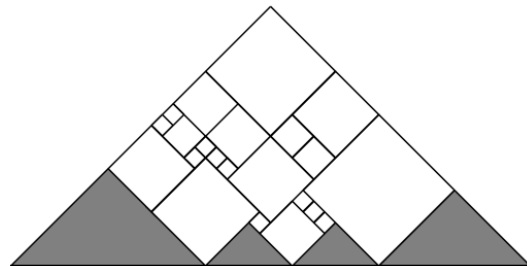
Улз сав нутгийн математикийн 23 дугаар олимпиад 2014 оны 10 сарын 10-11-ний өдрүүдэд Flower сургууль дээр явагдаж, аймгийн төв болон хөдөөгийн 18 сургуулийн 191 сурагч 30 багш оролцов.

М.Байгалмаа захиралтай Flower сургуулийн хамт олон зохион байгуулж, Капитал банк, МУЗН-ийн Дорнод аймгийн салбар ивээн тэтгэгчээр ажиллав. Багийн дүнгээр Г.Михлай ахлагчтай 8-р сургуулийн баг тэргүүлэн шилжин явах цомын эзэн болов.

7-р анги

7-р ангийн төрөлд 52 сурагч оролцон 1-р сургуулийн сурагч Б.Түвшинбаяр түрүүлж, Flower сургуулийн сурагч М.Цогтбилэг, 5-р сургуулийн сурагч Э.Пүрэв нар удаах байруудыг эзлэв.

A1. Адил хажуут тэгш өнцөгт гурвалжинг 4 ширхэг адил хажуут тэгш өнцөгт гурвалжин /тодоор дүрсэлсэн/ ба хэдэн ширхэг квадратуудад хуваажээ. Бүх квадратын талын урт натурал тоонууд бөгөөд хамгийн жижиг хэмжээтэй 10 ширхэг квадрат нь 1 см талтай. Зурагт тодоор дүрсэлсэн 4 гурвалжны нийт талбай хэд вэ?



A2. Тэрэлжид очсон жуулчид бүгд морь унахыг хүссэн боловч байсан морьд нь тэдний $\frac{10}{13}$ -д хүрэлцжээ. Бүх жуулчид, бүх морьд нийлээд 990 хөлтэй бол хэдэн жуулчин морьгүй хоцорсон бэ?

A3. 2 см, 3 см, 4 см, 5 см, 6 см, 7 см урттай 6 хэрчим байв. Эдгээр хэрчмүүдээр хэдэн гурвалжин байгуулж болох вэ.

A4. Болд ямар нэг натурал тоо санаад түүнийгээ Ариунаад хэлсэн. Ариунаа тэр тоог 5 эсвэл 6-аар үржүүлсэн. Ариунаагийн хариунд Болормаа зөвхөн өөрийн дураар 5 эсвэл 6-г нэмсэн. Баатар болохоор Болормаагийн хариунаас мөн 5 эсвэл 6-г өөрийнхөө хүслээр хасна. Тэгэхэд 73 гарсан бол Болд анх ямар тоо санасан вэ?

A5. n нь гурван оронтой тоо. n дээр 3-г нэмэхэд гарсан тооны цифрүүдийн нийлбэр нь n -ийн цифрүүдийн нийлбэрийн $\frac{1}{3}$ -тэй тэнцүү бол ийм чанартай бүх n тоог ол.

8-р анги

8-р ангийн төрөлд 19 сурагч оролцон 8-р сургуулийн сурагч Т.Бадарч түрүүлж, Цагаан-Овоо сургуулийн сурагч Г.Энхтулга, 6-р сургуулийн сурагч И.Нямбаяр нар удаах байруудыг эзлэв.

B1. $1234567899 \cdot 1234567894 \cdot 1234567892$ үржвэрээс $1234567891 \cdot 1234567896 \cdot 1234567898$ үржвэрийг хасахад хэд гарах вэ?

B2. 9 шулууныг 5-ийг хөндлөн, 4-ийг нь босоо зурахад 12 ширхэг, харин 6-г нь хөндлөн, 3-ыг нь босоо зурахад 10 ширхэг нүд үүсдэг. 15 шулуунаар хамгийн олондоо хэдэн нүд үүсгэх боломжтой вэ?

B3. $m + n = 2007$ ба $m \cdot n$ нь 2007-д хуваагдаж байх эерэг бүхэл (m, n) хосыг ол.

B4. Цифрүүдийнхээ факториалын нийлбэртэй тэнцүү байдаг бүх гурван оронтой тоог ол. (тооны факториал гэдэг нь $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n - 1) \cdot n$ байна.)

B5. $x^2 - x - 3 = 0$ тэгшитгэлийн шийд a бол $\frac{a^3+1}{a^5-a^4-a^3+a^2}$ илэрхийллийн утгыг ол.

9-р анги

9-р ангийн төрөлд 37 сурагч оролцон Flower сургуулийн сурагч Н.Мөнхтөр түрүүлж, Flower сургуулийн сурагч Н.Булганхүү, 1-р сургуулийн сурагч Б.Энхтулга нар удаах байруудыг эзлэв.

C1. $\left(\frac{21}{n} - 2\right)^2 - 2\left(\frac{21}{n} - 2\right) = n + 42$ нөхцлийг хангах хамгийн их бүхэл n тоог ол.

C2. Паралелограммаас ялгаатай дөрвөн өнцөгтийн эсрэг хоёр тал ба диагоналиуудын дундаж цэг дээр оройтой дөрвөн өнцөгт параллелограм гэж батал.

C3. $p > 3$ анхны тоо бол $p^2 - 1$ нь 24-т хуваагдахыг батал.

C4. $4x^2 - 40[x] + 51 = 0$ тэгшитгэлийн бүх бодит шийдийг ол. $[x]$ - нь x тооны бүхэл хэсэг.

C5. $n \in N$ ба $5n$ тоо $2x^2 + 3y^2$ ($x, y \in N$) хэлбэртэй бол $3n$ тоо мөн ийм хэлбэртэй болохыг батал.

10-р анги

10-р ангийн төрөлд 35 сурагч оролцон Хан-Уул сургуулийн сурагч Г.Одбаяр тэргүүлж, 1-р сургуулийн сурагч Б.Лхагвасүрэн, 6-р сургуулийн сурагч Б.Нарантуул нар удаах байруудыг эзлэв.

D1. $ABCD$ гүдгэр дөрвөн өнцөгтийн хувьд $\angle B = \angle C = 120^\circ$ ба $AB^2 + BC^2 + CD^2 = AD^2$ бол $ABCD$ гүдгэр дөрвөн өнцөгтөд тойрог багтааж болохыг батал.

D2. $\sqrt[3]{\sqrt[3]{2} - 1} = \sqrt[3]{\frac{1}{9}} - \sqrt[3]{\frac{2}{9}} + \sqrt[3]{\frac{4}{9}}$ болохыг батал.

D3. Гурван оронтой \overline{abc} гэсэн тооны a, b, c цифрүүд нь $49a + 7b + c = 286$ нөхцөл хангадаг бол \overline{abc} тоог ол.

D4. $b_1; b_2; b_3; b_4$ тоонууд геометрийн прогрессийн дараалсан гишүүд ба харгалзан $6; 7; 6; 1$ -ийг нэмбэл арифметик прогресс үүсгэнэ. $b_1 + b_2 + b_3 + b_4$ нийлбэрийг ол.

D5. $n \cdot 17^n + 1$ тоо 9-д хуваагдаж байх n -ийн бүх натурал утгыг ол.

11-р анги

12 жилийн 11-р ангийн төрөлд 19 сурагч оролцон Баяндун сургуулийн сурагч Ц.Анужин түрүүлж, 1-р сургуулийн сурагч С.Азжаргал, Хан-Уул сургуулийн сурагч Ж.Наранцэцэг нар удаах байруудыг эзлэв.

E1. $k = (2014 + m)^{1/n} = 1024^{1/n} + 1$ тэнцэтгэл хангах k, m, n эерэг бүхэл тоонууд байг. m -ийн авч болох ялгаатай утгыг ол.

E2. $\{a_n\}; \{b_n\}$ $n \in N$ дарааллууд $a_n = 2^{2n+1} - 2^{n+1} + 1$ ба $b_n = 2^{2n+1} + 2^{n+1} + 1$ ерөнхий гишүүний томъёогоор өгөгдөв. Тэгвэл дурын эерэг бүхэл n -ийн хувьд $a_n; b_n$ хосын аль нэг нь 5-д хуваагдахыг батал.

E3. Ижил r радиустай хоёр тойрог, R ($R > r$) радиустай тойргийг гадна дотно талаас нь шүргэсэн бөгөөд тэдгээр цэгийг холбосон богино нум 60° байсан бол хоёр жижиг тойргийн төвийн хоорондох зайг ол.

E4. 12; 1122; 111222, ... дарааллын гишүүн бүх дараалсан хоёр бүхэл тооны үржвэр байхыг батал.

E5. a, b, c тоонууд $a + b + c = 2$; $abc = 4$ нөхцлүүдийг хангадаг бол

1. a, b, c тоонуудын хамгийн ихийн авч болох хамгийн бага утгыг ол.
2. $|a| + |b| + |c|$ -ийн авч болох хамгийн бага утгыг ол.

12-р анги

12 жилийн 12-р ангийн төрөлд 29 сурагч оролцон 5-р сургуулийн сурагч Г.Төрбат түрүүлж, Хан-Уул сургуулийн сурагч Б.Жигүүр, 5-р сургуулийн сурагч Г.Мөнхжаргал нар удаах байруудыг эзлэв.

F1. $x_0 = a$; $x_1 = 2$; $x_n = 2x_{n-1}x_{n-2} - x_{n-1} - x_{n-2} + 1$ бол $\forall n \in N$ хувьд $2x_{3n} - 1$ тоо бүтэн квадрат байх бүх бүхэл a тоог ол.

F2. ABC гурвалжны A оройгоос багтаасан тойргийн төв хүртлэх зай нь орто төв хүртлэх зайтай тэнцүү бол $\angle BAC$ өнцгийг ол.

F3.
$$\begin{cases} \left(1 + \frac{12}{3x+y}\right)\sqrt{x} = 2 \\ \left(1 - \frac{12}{3x+y}\right)\sqrt{y} = 6 \end{cases}$$
 тэгшитгэлийн системийг бод.

F4. $\frac{1}{9} < \frac{\operatorname{tg}3x}{\operatorname{tg}2x} \leq \frac{3}{2}$ тэнцэтгэл бишийг хангах x бодит тоо олдохгүйг батал.

F5. a, b, c нь өгөгдсөн бодит тоонууд ба $abc = -1$ болно. Хэрэв x, y, z нь $x + by = y + cz = z + ax$ байх бодит тоонууд бол $x : y : z$ харьцааны утгыг ол.

Бага ангийн багш

Бага ангийн багш төрөлд 7 багш оролцон Flower сургуулийн багш Х.Ууганцэцэг түрүүлж, Шинэ хөгжил сургуулийн багш Г.Аззаяа, 5-р сургуулийн багш С.Бадамлянхуа нар удаах байруудыг эзлэв.

G1. Гурван оронтой тоог 2,3,4,5,7-д хуваахад 1 үлддэг бол ийм бүх оронтой тооны хамгийн бага ба хамгийн их утгыг ол.

G2. $9^n + 8^n + 7^n + 6^n - 4^n - 3^n - 2^n - 1^n$ тоо нь аливаа натурал n -ийн хувьд 10-д хуваагдана гэж батал.

G3. 1-ээс ялгаатай бүхэл x, y тоонуудын хувьд $\frac{x^4-1}{y+1} + \frac{y^4-1}{x+1}$ нь бүхэл тоо бол $(x+1)|(x^4y^{44}-1)$ гэдгийг батал.

G4. Адил хажуут суурьтай нь паралель хоёр шулуун талбайг нь 9:55:161 харьцаатай хэсгүүдэд хуваадаг бол хажуу талууд нь ямар харьцаатай хэсгүүдэд хуваагдах вэ?

G5. Шидэт арал дээр арслан, чоно, ямаа гэсэн гурван төрлийн амьтан амьдардаг байжээ. Чоно ямааг идэж чадна. Харин арслан чоныг болон ямааг идэж чадна. Хэрэв чоно ямааг идвэл арслан болно. Мөн арслан чоныг идвэл ямаа, ямааг идвэл чоно болно. Анх арал дээр 17 ямаа, 55 чоно, 6 арслан байжээ. Тэгвэл арал дээр нэг нэгнийгээ идэх бололцоогүй болтол үргэлжлэвэл хамгийн сүүлд ямар төрлийн хэдэн амьтан үлдэх вэ?

Дунд ангийн багш

Математикийн багш төрөлд 21 багш оролцон 8-р сургуулийн багш Г.Михлай түрүүлж, 5-р сургуулийн багш Ц.Алдармаа, Шинэ зуун сургуулийн багш Б.Батзориг нар удаах байруудыг эзлэв.

H1. $\{a_n\}$ арифметик прогрессийн хувьд $a_1^2; a_2^2; a_3^2$ нь мөн өгөгдсөн геометрийн прогрессийн гишүүд болдог бол энэ дарааллын бүх гишүүд бүхэл тоо гэж батал.

H2. $f(x): Z \rightarrow Z$ функц нь $f(4) = 6$ ба $xf(x) = (x-3) \cdot f(x+1)$ нөхцлийг хангана. Тэгвэл $f(4) \cdot f(7) \cdot f(10) \cdot \dots \cdot f(2011) \cdot f(2014)$ утгыг ол.

H3. ABC гурвалжны AD өндөр дээр H гэсэн дурын цэг авъя. BH ба CH шулуунууд AC ба AB талуудыг харгалзан E ба F цэгүүдэд огтолно. $\angle EDH = \angle HDF$ гэж батал.

H4. a өгөгдсөн бодит тоо бол $(x^2 - a^2)^2 - 4ax - 1 = 0$ тэгшитгэлийг комплекс тоон олонлогт бод.

H5. $ABCD$ гүдгэр дөрвөн өнцөгтийн CD тал дээр $0 < DE = FC < CD$ байх E, F хоёр цэгүүд өгөгдсөн байг. $ADE; ACF$ гурвалжнуудыг багтаасан тойргийн огтлолцлын нөгөө цэг нь K байг. Мөн $BDE; BCF$ гурвалжнуудын багтаасан тойргийн огтлолцлын нөгөө цэгийг L гэвэл $A; B; K; L$ цэгүүд нэг тойрог дээр оршихыг харуул.