

ХОРИНДӨРӨВДҮГЭЭР ОЛИМПИАД

Улз сав нутгийн математикийн 24 дүгээр олимпиад 2015 оны 10 сарын 9-10 өдрүүдэд Шинэ хөгжил сургууль дээр зохион байгуулагдаж, Дорнод аймгийн 16 сургууль, Сүхбаатар аймгийн 2 сургуулийн 214 сурагч, 40 багш оролцов. Олимпиадыг Б.Шүрэнчимэг захиралтай Шинэ хөгжил сургуулийн хамт олон зохион байгуулж, сургалтын менежер Г.Энхсайхан олимпиадын логог зохиосон ба Худалдаа хөгжлийн банкны Дорнод салбар, ИХ БАЗАР КОНСТРАКШЕЙН ХК ивээн тэтгэсэн.

Багийн дүнгээр Б.Бямбасүрэн ахлагчтай Хан-Уул сургуулийн баг тэргүүлэн шилжин явах цомын эзэн болов.

7-р анги

7-р ангийн төрөлд 62 сурагч оролцон 1-р сургуулийн сурагч Б.Балжмаа түрүүлж, Хан-Уул сургуулийн сурагч Э.Эрдэнэсүх, 5-р сургуулийн сурагч Л.Номон-Эрдэнэ нар удаах байруудыг эзлэв.

A1. Тэгш өнцөгтийн талуудын ялгавар 7 м байв. Богино тал нь их талын 65%-тай тэнцэх бол тэгш өнцөгтийн периметрийг ол.

A2. 60 км/ц хурдтай I, 75 км/ц хурдтай II галт тэргүүд параллель замаар угталцан явж байв. II галт тэргэнд сууж буй зорчигч I галт тэрэг түүний дэргэдүүр 4 секундэд зөрж өнгөрснийг анзаарчээ. I галт тэрэг ямар урттай вэ?

A3. $\overline{abc} = 2(\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ac})$ тэнцэтгэл хангах бүх \overline{abc} тоог олоорой.

A4. ABC гурвалжны $\sphericalangle C = 90^\circ$; $\sphericalangle B = 40^\circ$ байв. AB ба BC талууд дээр харгалзан D ба E цэгүүдийг $\sphericalangle EAD = 5^\circ$; $\sphericalangle ECD = 10^\circ$ байхаар авчээ. $\sphericalangle EDC$ хэмжээг ол.

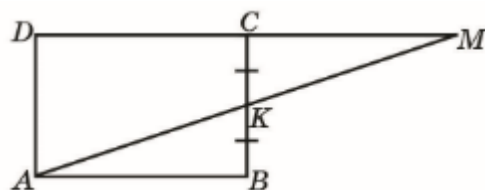
A5. Натурал n тооны ялгаатай a ба b хуваагчдын хувьд $(a - 1)(b + 2) = n - 2$ байв. Тэгвэл $2n$ нь бүтэн квадрат болохыг батлаарай.

8-р анги

8-р ангийн төрөлд 42 сурагч оролцон 1-р сургуулийн сурагч С.Түвшинбаяр түрүүлж, 1-р сургуулийн сурагч Т.Хэрлэн, Сүхбаатар аймгийн 4-р сургуулийн сурагч н.Булгантамир нар удаах байруудыг эзлэв.

B1. Ангийн бүх сурагчдаас явцын шалгалт авчээ. Хөвгүүдийн дундаж үнэлгээ 3.8 охидын дундаж үнэлгээ 3.5 харин ангийн дундаж үнэлгээ $3\frac{8}{13}$ байв. 20-оос олон бөгөөд 30-аас цөөн сурагч явцын шалгалт өгсөн бол анги хэдэн сурагчтай вэ?

B2. Хэрвээ $S_{AMD} = 33 \text{ cm}^2$ ба $CK = BK$ бол $ABCD$ тэгш өнцөгтийн талбайг ол.



B3. $a = 2^{2016} - 1$ ба $b = 2^{2015} + 1$ тооны хамгийн их ерөнхий хуваагчийг ол.

B4. ABC гурвалжинд AF медиан татав. AB талыг B цэг тийш үргэлжлүүлж, дээр нь D цэг тэмдэглээд DF шулууны AC талтай огтлолцсон цэгийг E гэв. Хэрэв $AB = BD = AF$ бол $CE = EF$ болохыг батал.

B5. $x > 1$ байх ямар бодит тооны хувьд гурвалжны талууд $x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1$, $x^4 - 1$ ба $2x^3 + x^2 + 2x + 1$ урттай байх вэ?

9-р анги

9-р ангийн төрөлд 22 сурагч оролцон 8-р сургуулийн сурагч Э.Эрдэнэбат түрүүлж, Чулуунхороот сургуулийн сурагч О.Өнөболд, Баяндун сургуулийн сурагч Ц.Соёлмаа нар удаах байранд шалгарав.

C1. 80^{13} ба 10^{28} тоонуудыг жиш.

C2. Тоглогч хүрдийг 2 удаа эргүүлж сум туссан тоонуудын нийлбэртэй тэнцүү мөнгө хожно. Тоглогч 600 ба түүнээс их мөнгө хожих магадлалыг тооцоол.

C3. $ACBM$ параллелограммын $AC = 16$ м, $CB = 24$ м байв. CE, CF нь харгалзан AM, BM талуудад буусан өндөр юм. $\angle ECF = 60^\circ$ бол CE өндрийг ол.

C4. Эерэг a, b, c тоонууд ба x, y, z бодит тоонуудын хувьд $ax + by + cz = 0$ бол $(a + \sqrt{ab} + b)xy + (b + \sqrt{bc} + c)yz + (c + \sqrt{ca} + a)zx \leq 0$ болохыг батал.

C5. O цэгт төвтэй тойргийн AC, BD хөвчүүд K цэгт огтлолцжээ. Хэрэв M ба N нь харгалзан ABK ба CDK гурвалжнуудыг багтаасан тойргийн төвүүд бол $OM = KN$ болохыг батал.

10-р анги

10-р ангийн төрөлд 42 сурагч оролцон 5-р сургуулийн сурагч З.Оюунханд түрүүлж, 8-р сургуулийн сурагч А.Мөнхтүвшин, 5-р сургуулийн сурагч Э.Мөнх-Алдар нар удаах байруудыг эзлэв.

D1. $4x^2 - \sqrt{85}x + 5\frac{1}{4} = 0$ тэгшитгэлийн шийдүүдийн кубийн ялгаврыг ол.

D2.
$$\frac{\sqrt{(6+\sqrt{35})^3} + \sqrt{(6-\sqrt{35})^3}}{\sqrt{(9+\sqrt{77})^3} - \sqrt{(9-\sqrt{77})^3}}$$
 утгыг ол.

D3. ABC гурвалжны талууд нь a, b, c ба энэхүү дарааллаараа арифметик прогресс үүсгэдэг. Хэрэв гурвалжны периметр нь $\frac{abc}{260}$ бол талуудын хамгийн бага бүхэл утгуудыг ол.

D4. Эерэг x, y, z тоонуудын хувьд $x + y + z = 1$ бол

$$\frac{x^3}{y} + \frac{y^3}{z} + \frac{z^3}{x} + \frac{x^3}{z} + \frac{y^3}{x} + \frac{z^3}{y} \geq \frac{x^2 + y^2 + z^2 + 1}{2}$$
 болохыг батал.

D5. ABC гурвалжны BC ба AC талын дундаж цэг нь харгалзан M ба N байв. Хэрэв ABC гурвалжны өндрүүдийн огтлолцлын цэг нь AMN гурвалжны медиануудын огтлолцлын цэгтэй давхцах бол ABC өнцгийн хэмжээг ол.

11-р анги

11-р ангийн төрөлд 28 сурагч оролцон Хан-Уул сургуулийн сурагч Г.Одбаяр түрүүлж, 12-р сургуулийн сурагч А.Батмөрөн, Шинэ зуун сургуулийн сурагч У.Саранзаяа нар удаах байруудыг эзлэв.

E1. $\cos 2015^\circ + \cos 35^\circ + \operatorname{tg} 30^\circ \cdot \frac{\sqrt{3}}{|x|} = \sqrt{x^2} - 3\sin 30^\circ$ тэгшитгэл бод.

E2. ABC гурвалжны дотор орших N цэг авав. $AN = 5$; $BN = 3$; $CN = 4$ бол AB хэрчмийн уртыг ол.

E3. 52 модтой хөзрөөс санамсаргүйгээр нэг хөзөр сугалж авав. Сугалсан хөзөр бундан эсвэл тамга байх үзэгдлийн магадлалыг ол.

E4. Эерэг a, b, c тоонуудын хувьд $2b + 2c + a \geq 1$ бол $\frac{a^2c}{b} + \frac{b^2(a+b)}{c} + \frac{bc(b+c)}{a} \geq b$ болохыг батал.

E5. $ABCD$ гүдгэр дөрвөн өнцөгтийн CD талын дундаж цэг нь M байв. Хэрэв BM ба AM шулуунууд перпендикуляр бөгөөд $AB = BC + AD$ бол $BC \parallel AD$ болохыг батал.

12-р анги

12-р ангийн төрөлд 18 сурагч оролцон 5-р сургуулийн О.Анударь түрүүлж, 8-р сургуулийн сурагч Э.Төгөлдөр, 1-р сургуулийн сурагч Л.Отгонтуяа нар удаах байруудыг эзлэв.

F1. $x = tg10^\circ$; $y = tg25^\circ$; $z = tg55^\circ$ бол $xy + yz + zx$ утгыг ол.

F2. $y = ax - 5$ шулуун a -ийн ямар утганд $y = 3x^2 - 4x - 2$ муруйн шүргэгч шулуун болох вэ?

F3. Нэгж талтай $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ кубийн D_1 оройгоос $AB_1 C$ хавтгай хүртэлх зайг ол.

F4. $(0; +\infty)$ дээр тодорхойлогдсон бөгөөд $f(x) > 0$ ба $x > 0$; $y > 0$ үед $f(xf(y)) + f(x) + f(y) = f(x + y)$ тэнцэтгэл биелдэг f функцийг ол.

F5. $ABCD$ трапецийн диагоналиуд O цэгт огтлолцох ба $AO^2 = AB^2 + OC^2$ байв. Трапецийн их суурь AD дээр M цэгийг $BM = CM$ байхаар авч болдог бол O, C, D ба M цэгүүд нэг тойрог дээр оршихыг батал.

Бага ангийн багш

Бага ангийн багш төрөлд 17 багш оролцон Flower сургуулийн багш С.Болортуяа түрүүлж, 1-р сургуулийн багш Н.Нарантөгс, Б.Туяа нар удаах байруудыг эзлэв.

G1. $a_n = a_{n-1} + d$ дарааллын эхний арван гишүүний нийлбэр 140, харин $a_2 \cdot a_9 = 147$ байв. Энэхүү өсдөг дарааллын a_1 ба d -г олоорой.

G2. Тэгш өнцөгт гурвалжны гипотенуз $3\sqrt{5}$ м байв. Катетуудын нэгийг $133\frac{1}{3}\%$ -аар, нөгөөг нь $16\frac{2}{3}\%$ -аар нэмэгдүүлэхэд нийлбэр нь 14 м болох бол гурвалжны катетуудыг олоорой.

G3. Хүүд байсан тоон картын 4 дээр нь 1, 2 дээр нь 2, 7 дээр нь 3, 8 дээр нь 4 гэж бичсэн байв. Хүү тоон картаа багана бүрийн дагуух нийлбэрүүд тэнцүү, мөр бүрийн дагуух нийлбэрүүд тэнцүү байхаар 4×5 хүснэгтэд өржээ. Хүүд ямар тоо бичсэн карт үлдсэн бэ? Яагаад?

G4. $\frac{1}{2} * \frac{2}{3} * \frac{3}{4} * \frac{4}{5} * \dots * \frac{97}{98} * \frac{98}{99} * \frac{99}{100}$ бичиглэлийн $*$ бүрийн оронд үйлдлийн тэмдэг тавихад үүсэх илэрхийллийн утга тэг гарч болох уу?

G5. Тэгш өнцөгт ABC гурвалжны ($\sphericalangle ABC < 45^\circ$; $\sphericalangle A = 90^\circ$) AC ба AB талууд дээр харгалзан D ба E цэгүүдийг $BD = AD$; $CB = CE$ байхаар авав. Хэрэв BD ба CE хэрчмүүд O цэгт огтлолцдог бол $\sphericalangle DOE = 90^\circ$ болохыг батал.

Математикийн багш

Математикийн багш төрөлд 23 багш оролцон 5-р сургуулийн багш Ц.Алдармаа түрүүлж, Шинэ зуун сургуулийн багш Б.Батзориг, Хан-Уул сургуулийн багш Б.Бямбасүрэн нар удаах байруудыг эзлэв.

H1. $y = \frac{10}{\pi} \arccos(0.5(\cos x - \sin x))$ функцийн утгын мужийг ол.

H2. $\int_0^8 x^2 \sqrt{x+1} dx$ интегралыг бод.

H3. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ эзлэхүүнтэй $MABCD$ зөв дөрвөн өнцөгт пирамидын хажуу гадаргуугийн талбайн хамгийн бага утгыг ол.

H4. $f: R \rightarrow R$ ба $\forall x \in R$; $\forall y \in R$ хувьд $f(x+y) + x^2 + y^2 = f(x^2 + y^2) + x + y$ байх бүх f функцийг ол.

H5. ABC гурвалжны дотор BM медиан дээр N цэг авав. Хэрэв $K = AN \cap BC$; $L = CN \cap AB$ бөгөөд $BKNL$ дөрвөн өнцөгт тойрогт багтдаг бол AC шулууныг ABN ба CBN гурвалжныг багтаасан тойргуудын ерөнхий шүргэгч болохыг батал.