

ХОРИНТАВДУГААР ОЛИМПИАД

Улз сав нутгийн математикийн 25 дугаар олимпиад 2016 оны 9 сарын 23-25-ны өдрүүдэд Чулуунхороот сумын сургууль дээр математикийн ахмад багш АБТА, доктор дэд профессор Д.Дашдоржийн нэрэмжит болгон зохион байгуулагдсан. Олимпиадад Дорнод аймгийн 16 сургуулийн 198 сурагч, 47 багш оролцож оюун ухаан авъяас билгээ сорилоо. Энэхүү олимпиадыг Л.Мөнхцэцэг захиралтай сургуулийн хамт олон зохион байгуулан, Д.Дашдорж багшийн үе үеийн шавь нар ивээн тэтгэж зохион байгуулав.

Багийн дүнгээр Д.Эрдэнэчимэг ахлагчтай 1-р сургуулийн баг тэргүүлж шилжин явах цомын эзэн болов.



7-р анги

7-р ангийн төрөлд 40 сурагч оролцон Дашбалбар сургуулийн сурагч Б.Тэргэл тэргүүлж, 1-р сургуулийн сурагч Тэмүүжин, 5-р сургуулийн сурагч Л.Номон-Эрдэнэ нар удаах байруудыг эзлэв.

A1. Тэгш өнцөгт хэлбэртэй шалыг 2×2 ба 1×4 хэмжээтэй хавтангаар хучихаар төлөвлөсөн боловч нэг хавтан хагарч хэрэгцээгүй болсон байна. Нөгөө төрлийн хавтангаар орлуулаад шалыг хучих боломжтой юу.

A2. Гадаад байдлаараа үл ялгагдах 28 ширхэг зоосыг ширээн дээр гурвалжин хэлбэрээр өр байрлуулав. Бие биенийгээ шүргэсэн дурын гурван зоосны нийт жин 10 грамм бол хүрээний дагуу байрлуулсан 18 зоосны нийт жинг ол.

A3. Бат 1 км яваад 5 минут амардаг, Цэрэн 2 км яваад 5 минут амарч байсан ба Батын хурд Цэрэнгийн хурдаас $\frac{4}{3}$ дахин их байв. А хотоос тэд зэрэг гарч 50 км яваад В хотод зэрэг иржээ. Тэд хоёр хотын хооронд ямар хугацааг туулсан вэ?

A4. $50,32 - ((20 + 9,744 : x) \cdot 0.5 - 1.63) : 0.25 = 8.72$ тэгшитгэл бод.

A5. 3,4,5,6,7,8,9 гэсэн урттай хэрчмүүдээр хэдэн гурвалжин үүсгэж болох вэ.

8-р анги

8-р ангийн төрөлд 38 сурагч оролцож 1-р сургуулийн сурагч Б.Балжмаа тэргүүлж, 8-р сургуулийн сурагч Э.Дэлгэрмөрөн, Баян-Уул сургуулийн сурагч Г.Гантуяа нар удаах байруудад шалгарчээ.

B1. Самбарт эхлээд 18,19 гэсэн хоёр тоо бичигдсэн байв. Алхам бүрд өмнөх алхамын хоёр тооны нийлбэрийг олж бичээд өмнөх хоёр тооны нэгийг арчдаг байв. Уг үйлдлийг давтан үйлдсээр 1994 гэсэн тоог гаргаж авч болох уу.

B2. $A = \sqrt{2015} + \sqrt{2016}$; $B = \sqrt{2014} + \sqrt{2017}$ тоонуудын аль нь их вэ?

B3. Эмээ ач нартаа чихэр тараав. Эхний ачдаа 1 чихэр ба үлдсэн чихрийн 10%-ийг, 2 дахь ачдаа 2 чихэр ба үлдсэний 10%-ийг, 3 дахь ачдаа 3 чихэр ба үлдсэний 10%-ийг гэх мэтчилэн чихрээ дуустал тараасны дараа ач нар бүгд тэнцүү тооны чихэртэй болсон байв. Эмээ хэдэн ач, хэдэн чихэртэй байсан бэ?

B4. Гурвалжинг гурван тэнцүү гурвалжинд хувааж болдог бол уг гурвалжны нэг өнцөг нь 60° байхыг батал.

B5. 0.8 хувийн давсны 50 л ба 2 хувийн 50 л уусмалуудаас 1.2 хувийн 30 л уусмал гаргаж авахын тулд тус бүрээс нь хичнээн литрийг авч холих вэ?

9-р анги

9-р ангийн төрөлд 36 сурагч оролцон Чулуунхороот сургуулийн сурагч Б.Мөнх-Эрдэнэ тэргүүлж, 8-р сургуулийн сурагч М.Хэрлэн, Хан-Уул сургуулийн сурагч А.Хүслэнбаяр нар удаах байруудыг эзлэв.

C1. Тэгш өнцөгт хүснэгтийн нүд бүрт эерэг бүхэл тоо бичигдсэн байв. Аль нэг мөрний бүх тоог хоёроор үржүүлээд, аль нэг баганын бүх тоог нэгээр хорогдуулах үйлдлийн нэгийг хийсээр хэсэг хугацааны дараа хүснэгтийн бүх тоог 0 болгож чадна гэдгийг харуул.

C2. 1-ээс 2016 хүртэлх бүхэл тоонуудын үржвэр хэдэн тэгээр төгсөх вэ?

C3. 1-ээс ялгаатай бүхэл x, y тоонуудын хувьд $\frac{x^4-1}{y+1} + \frac{y^4-1}{x+1}$ нь бүхэл тоо бол $x^4 y^{44} - 1$ нь $x + 1$ -д хуваагдахыг батал.

C4. $\left| \left| \left| |x| - 2 \right| - 20 \right| - 200 \right| = 2016$ тэгшитгэлийг бод.

C5. a, b, c нь периметр нь 1-тэй тэнцүү гурвалжны талууд бол $\frac{1+a}{1-2a} + \frac{1+b}{1-2b} + \frac{1+c}{1-2c} \geq 12$ гэж батал.

10-р анги

10-р ангийн төрөлд 23 сурагч оролцож Баян-Уул сургуулийн сурагч Э.Хонгорзул түрүүлж, Хан-Уул сургуулийн сурагч Д.Чингүүнжав, Чулуунхороот сургуулийн сурагч Б.Баттүшиг нар удаах байруудыг эзлэв.

D1. $n \in \mathbb{N}$ тооны цифрүүдийн нийлбэрийг $d(n)$ -ээр тэмдэглэе. $n + d(n) + d(d(n)) = 2017$ тэгшитгэлийг бод.

D2. $\left[(\sqrt{n} + \sqrt{n+1} + \sqrt{n+2})^2 \right]$ -г ол. $[a]$ нь a тооны бүхэл хэсэг.

D3. 1,4,7,8 талуудтай дөрвөн өнцөгтийн талбайн хамгийн их утгыг ол.

D4. 1,2,3,...,99,100 тоонуудаас геометр прогресс үүсэх 12 тоог сонгож болох уу.

D5. $x^2 + y^2 + z^2 + u^2 = 2xyzu$ тэгшитгэл нь эерэг бүхэл тоон шийдгүй гэж батал

11-р анги

11-р ангийн төрөлд 28 сурагч оролцон 1-р сургуулийн сурагч Б.Энхтулга түрүүлж, 5-р сургуулийн сурагч Э.Мөнх-Алдар, 3.Оюунханд нар удаах байруудыг эзлэв.

E1. Самбарт a, b, c тоонууд бичигдсэн байв. Аль нэг тоог арчиж оронд нь нөгөө хоёр тооны нийлбэрийг 1-ээр хорогдуулсан тоог бичих үйлдэл зөвшөөрөгдсөн байв. Уг үйлдлийг самбарт 17, 1967, 1983 гэсэн гурван тоо үлдтэл үргэлжлүүлсэн бол эхэнд өгөгдсөн тоонууд $a/2, 2, 2$ б/ $3, 3, 3$ байж болох уу.

E2. $\cos 36^\circ - \cos 72^\circ$ илэрхийллийн утгыг ол.

E3. $\sqrt[4]{97-x} + \sqrt[4]{x} = 5$ тэгшитгэлийг бодит тоон олонлогт бод.

E4. Гурвалжны медианууд нь 9, 12, 15 бол талбайг ол.

E5. $b_1; b_2; b_3; b_4$ тоонууд геометрийн прогрессийн дараалсан гишүүд ба харгалзан 6; 7; 6; 1-ийг нэмбэл арифметик прогресс үүсгэнэ. $b_1 + b_2 + b_3 + b_4$ нийлбэрийг ол.

12-р анги

12-р ангийн төрөлд 33 сурагч оролцон 1-р сургуулийн сурагч О.Халиунаа түрүүлж, Шинэ зуун сургуулийн сурагч У.Саранзаяа, Хан-Уул сургуулийн сурагч Г.Одбаяр нар удаах байруудыг эзлэв.

F1. {3, 4, 12} олонлог өгөгджээ. Дурын a, b элементүүдийг зайлуулаад оронд нь $0.6a + 0.8b$ ба $0.6a - 0.8b$ гэсэн хоёр элементийг олонлогт оруулах үйлдлийг тодорхой алхам хийсний дараа {4, 6, 12} олонлогийг гарган авч болох уу.

F2. 250 ширхэг $1 \times 1 \times 4$ хэмжээтэй тоосгоор $10 \times 10 \times 10$ хэмжээтэй хайрцгийг дүүргэж болох уу. /Дүүргэнэ гэдэг нь яг хайрцагт багтах ба илүү гаргахгүй гэж ойлгоно./

F3. $\cos 1^\circ$ нь иррациональ тоо болохыг батал.

F4. Нэгж ирмэгтэй кубын хөрш хоёр талсын солбисон диагоналиудын хоорондох зайг ол.

F5. $a + b + c = 1$ байг. $\sqrt{4a+1} + \sqrt{4b+1} + \sqrt{4c+1} \leq 21$ гэж батал.

Бага ангийн багш

Бага ангийн багш нарын төрөлд 17 багш оролцон 12-р сургуулийн багш С.Энхзаяа түрүүлж, Баяндун сургуулийн багш Д.Батчимэг, Чулуунхороот сургуулийн багш Г.Шүрэнчимэг нар удаах байруудыг эзлэв.

G1. $ax^2 + bx + c$ квадрат гурван гишүүнт дээр дараах үйлдлүүдийг хийхийг зөвшөөрчээ. а/ a ба c –ийн байрыг солих; б/ $x - t$ –ээр солих; үүнд t нь дурын бодит тоо. Уг үйлдлээр $x^2 - x - 2$ олон гишүүнтээс $x^2 - x - 1$ олон гишүүнтийг гарган авч болох уу.

G2. 23×23 хэмжээтэй шалыг 1×1 , 2×2 , 3×3 хэмжээтэй хавтангуудаар бүрэн хучих хэрэгтэй болов. 1×1 хавтан хамгийн цөөндөө хэд хэрэгтэй вэ?

G3. А ба С хотын хоорондох зай 1690 км. Эдгээр хотуудын хоорондох зайн дунджаас /С хот руу/ 139 км зайд В хот оршино. А хотоос В хот руу суудлын машин, В хотоос А хот руу автобус, С хотоос В хот руу ачааны машин бүгд нэгэн зэрэг гарав. Суудлын машин автобусаас 32 км/ц-аар илүү хурдтай ба ачааны машинтай 10 цаг яваад уулзсан ба түүнээс 4 цагийн өмнө автобустай зөрсөн бол машин тус бүрийн хурдыг ол.

G4. 37 талтай квадрат хэлбэрийн хашаан дотор нэгж ирмэгтэй 150 ширхэг нэгж куб хайрцаг байв. Тэгвэл нэгж радиустай цилиндр торх багтах зай олдоно гэж батал.

G5. 0.5 хувийн давсны 40л ба 2 хувийн 50л уусмалуудаас 1.5 хувийн 30л уусмал гаргаж авахын тулд тус бүрээс нь хичнээн литрийг авж холих вэ?

Математикийн багш

Математикийн багш төрөлд 30 багш оролцон 8-р сургуулийн багш Г.Михлай түрүүлж, Хан-Уул сургуулийн багш Б.Бямбасүрэн, Дашбалбар сумын багш Б.Батсайхан нар удаах байр эзлэв.

H1. $f(x) = x^2 + 4x + 3$ функцийг дараах хувиргалтуудын тусламжтайгаар $g(x) = x^2 + 10x + 9$ функцэд шилжиж болох уу.

$$f(x) \rightarrow f\left(\frac{1}{x} + 1\right) \text{ ба } f(x) \rightarrow (x-1)^2 f\left[\frac{1}{x-1}\right]$$

H2. $\begin{cases} x^5 + y^5 = 33 \\ x + y = 3 \end{cases}$ системийг бод.

H3. $f(x) = \frac{x\sqrt{3}-1}{x+\sqrt{3}}$ бол $g(x) = f \circ f \circ f \circ \dots \circ f(x) = f^{2016}(x)$ -ийг ол.

H4. Харгалзан $O_1; O_2$ төвүүдтэй $c_1; c_2$ тойргууд өгөгдөв. $X \in c_1; Y \in c_2$ бол XY хэрчмийн дундаж цэгийн геометр байрыг ол.

H5. A цэгээс салаалсан хоорондоо 60° өнцөг үүсгэх хоёр шулуун замын нэгэн уулзвараас 300 км зайд байгаа B цэгээс 60км/ц хурдтай машин, нөгөө дээр нь уулзвараас 180 км зайд байгаа C цэгээс 30км/ц хурдтай машин нэгэн зэрэг уулзварын зүг хөдөлжээ.

а) Тэдгээрийн хоорондох зай a цагийн дараа хамгийн бага болно. a хэд вэ?

б) Энэ зай нь bc км байна. $b; c$ -г ол.