

ХОРИН ЗУРГААДУГААР ОЛИМПИАД

Улз сав нутгийн математикийн 26 дугаар олимпиад 2017 оны 9 сарын 22-24-ний өдрүүдэд Цагаан-Овоо сумын сургууль дээр тус сургуульд амьдралынхаа бүх хүч чадлаа зориулсан математикийн ахмад багш АБТА Ж.Жавзмаагийн нэрэмжит болгон зохион байгуулж, аймгийн төв хөдөөгийн 16 сургуулийн 226 сурагч, 45 багш оролцов.

Олимпиадын үйл ажиллагаанд Олонлог академийн багш Б.Баяржаргал, Д.Гүнбилэг нар оролцож математикийн болон бага ангийн багш нарт олимпиадын бодлого бодох аргачлал сэдвээр лекц уншив.

А.Сэндмаа захиралтай сургуулийн хамт олон зохион байгуулалтаар ханган Ж.Жавзмаа багшийн үе үеийн шавь нар шагналын санг ивээн тэтгэж, багийн нэгдсэн дүнгээр Ц.Алдармаа ахлагчтай 5-р сургуулийн баг тэргүүлэн шилжин явах цомын эзэн болов.



7-р анги

7-р ангийн төрөлд 54 сурагч оролцон 8-р сургуулийн сурагч н.Мөнхзул түрүүлж, 5-р сургуулийн сурагч н.Эрдэнэсүвд, 8-р сургуулийн сурагч н.Мөнхзул нар удаах байруудыг эзэлсэн.

A1. Натурал тооноос түүний цифрүүдийн нийлбэрийг хасахад 2016 гарав. Ийм чанартай тоонуудыг ол.

A2. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = 1$ байх a, b, c, d ялгаатай натурал тоонуудыг ол.

A3. Хэрэв дөрвөн оронтой a ба b тоонуудын хувьд b тооны зүүн талд a бичихэд үүссэн 8 оронтой тоо ab -д хуваагддаг байх a ба b тоонуудыг ол.

A4. Сургуулийн номын санд 180 ширхэг адал явалт, үлгэрийн, шинжлэх ухааны төрлийн ном байдаг байв. Энэ 7 хоногт хийсэн тооллогоор 18 ширхэг адал явдалт, 24 ширхэг шинжлэх ухааны, 12 ширхэг үлгэрийн номыг уншигчдад өгсөн байв. Мөн энэ удаад бүх төрлийн номноос ижил тооны үлдсэн бол төрөл бүрийн номны тоог олно уу

A5. 2,20 м урт, 1,40 м өргөнтэй ширээний бүтээлгийг 40см өргөн, 60см урт угаалтуурт тааруулан хэдэн удаа хэрхэн нугалах вэ?

8-р анги

8-р ангийн төрөлд 47 сурагч оролцон 5-р сургуулийн сурагч н.Номин-Эрдэнэ түрүүлж, Шинэ хөгжил сургуулийн сурагч н.Хүслэн-Эрдэнэ, 1-р сургуулийн сурагч н.Тэмүүжин нар удаах байруудыг эзлэв.

B1. $a + f = b + e = c + d$ байх \overline{abcdef} 6 оронтой тоог “сайн тоо” гэе. Тэгвэл 9-д хуваагдах “сайн тоо” хэд байх вэ?

B2. $x + y + z = 1$ ба $3(x + yz) = 4(y + zx) = 5(z + xy)$ байх бүх (x, y, z) тоонуудыг ол.

B3. Хуудас цаасыг 8 хэсэг эсвэл 16 хэсэг болгон хуваана. Үүссэн хэсгүүдийг 8 юмуу 16 хэсэг болгон хуваана. Ийм маягаар n хэсэг цаасыг гарган авч чадахгүй, n -ээс их аливаа хэсэг цаасыг гарган авч чаддаг байх хамгийн бага n тоог ол.

B4. 100 толгойтой атгаалжин хар мангасын бүх толгойг цавчиж байж л сөнөөнө. Хан харанхуй нэг цавчилтаар 15, 17, 20, 5 толгой л унагааж чадах бөгөөд тэр бүрт харгалзан 24, 2, 14, 17 толгой шинээр ургадаг ажээ. Мангасыг сөнөөх боломж бий юу.

B5. $ABCD$ параллелограммын ($AB \parallel CD, BC \parallel AD$); $AD = 4$; $AE = 2$; $\angle BCE = \angle ECD$ бол параллелограммын периметрийг ол.

9-р анги

9-р ангийн төрөлд 35 сурагч оролцон 8-р сургуулийн сурагч н.Сайнхүү түрүүлж, Хан-Уул сургуулийн сурагч Эрдэнэсүх, 8-р сургуулийн сурагч н.Буянзаяа нар удаах байруудыг эзэлсэн.

C1. Нэг хүн эмээлтэй морь худалдахаар болжээ. Нэг эмээл нь нь 125000 төгрөг, нөгөө эмээл нь 25000 төгрөгний үнэтэй ба сайн эмээлтэй нэгдэх морь муу эмээлтэй хоёрдахь мориноос 3 дахин илүү үнэтэй. Хэрэв эмээлийг сольж тохвол 2 дахь морь нэгдэх мориноос 2 дахин хямд байна. Морь тус бүрийн үнийг ол.

C2. $\triangle ABC$ ба $\triangle CDE$ нь адил талтай бөгөөд харилцан конгруэнт ба $\angle ACE = 70^\circ$ бол $\angle ABE$ нь ямар хэмжээтэй байх вэ?

C3. Тэгш өнцөгт хүснэгтийн нүд бүрт эерэг бүхэл тоо бичигдсэн байв. Аль нэг мөрний бүх тоог 2-оор үржүүлээд, аль нэг баганын бүх тоог 1-ээр хорогдуулах үйлдлийн аль нэгийг хийсээр хэсэг хугацааны дараа хүснэгтийн бүх тоог 0 болгож чадна гэж харуул.

C4.
$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 0 \\ x - 3y + 2z = 0 \\ x + 2y + z = 0 \end{cases}$$
 тэгшитгэлийн системийг бод.

Бодолт: $(x, y, z) = (7a; -a; -5a)$ байх бүх тоо $a \in R$

C5. Эерэг a, b, c, d тоонуудын хувьд $\sqrt{\frac{a^2+b^2+c^2+d^2}{4}} \geq \sqrt[3]{\frac{abc+abd+acd+bcd}{4}}$ гэж батал.

10-р анги

10-р ангийн төрөлд 37 сурагч оролцон 5-р сургуулийн сурагч Т.Ундармаа түрүүлж, Хан-Уул сургуулийн сурагч А.Хүслэнбаяр, Дорнод ахлах сургуулийн сурагч С.Түвшинбаяр нар удаах байруудыг эзэлсэн.

D1. $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ бол $x^{15} + \frac{1}{x^{15}} = ?$

D2. Бүх гишүүд нь анхны тоо байх ба гишүүдийн тоо нь ялгавраасаа их байх бүх төгсгөлөг, эрс өсөх арифметик прогрессүүдийг ол.

D3. Хэрэв $a, b, c > 0$ бол $a(1-b) > \frac{1}{4}$; $b(1-c) > \frac{1}{4}$; $c(1-a) > \frac{1}{4}$ тэнцэтгэл бишүүд зэрэг биелэхгүй гэж батал.

D4. Гүдгэр таван өнцөгтийн диагоналиудыг татахад үүсэх захын гурвалжнуудын талбай тэнцүү бол таван өнцөгтийн талбайг ол.

D5. $(x^2 + 3x - 4)^3 + (2x^2 - 5x + 3)^3 = (3x^2 - 2x - 1)^3$ тэгшитгэл бод.

11-р анги

11-р ангийн төрөлд 24 сурагч оролцон Шинэ хөгжил сургуулийн сурагч н.Түмэннасан түрүүлж, Хан-Уул сургуулийн сурагч н.Олзбаяр, 8-р сургуулийн сурагч н.Бадарч нар удаах байруудыг эзэлсэн.

E1. Бүтэн квадратуудын дараалал төгсгөлгүй урттай арифметик прогресс агуулах уу.

E2. $(x+4)^4 + (x+2)^4 = 82$ тэгшитгэл бод.

E3. Олон улсын уулзалтанд 1985 төлөөлөгч оролцов. Уулзалтанд ирсэн хүмүүсийн аль ч 3 хүний дор хаяж 2 хүн нь нэг хэлээр ярьдаг. Хэрэв хүн бүр хамгийн олондоо 5 хэлээр ярьдаг бол дор хаяж 200 хүн нэг ижил хэлээр ярьдаг гэж батал.

E4. ABC гурвалжны оройгоос гарсан биссектрис нь CD бөгөөд DE ба DK нь харгалзан ADC, BDC гурвалжнуудын биссектрис бол $|AD|^2 + |BD|^2 = (|AE| + |BK|)^2$ болохыг батал.

E5. $2014^{\frac{1}{26}} + 2016^{\frac{1}{26}} + 2018^{\frac{1}{26}} + 2020^{\frac{1}{26}}$ ба $4 \cdot 2017^{\frac{1}{26}}$ тоонуудыг жиш.

12-р анги

12-р ангийн төрөлд 29 сурагч оролцон 5-р сургуулийн сурагч З.Оюунханд түрүүлж, Хан-Уул сургуулийн сурагч Э.Шинэхүү, Дорнод ахлах сургуулийн сурагч н.Одмаа нар удаах байруудыг эзэлсэн.

F1. $|x + 2| + |6 - 3x| = a$ тэгшитгэл хэдэн шийдтэй болохыг a параметрийн утгуудаар шинжлэн тогтоо.

F2. $\{x_n\}$ дараалал $x_1 = 2$; $x_2 = 8$; $x_{n+2} = 4x_{n+1} - 3x_n$ рекурент томъёогоор өгөгдөв. Дарааллын ерөнхий гишүүний томъёог бич.

F3. $a, b, c, d > 0$ байг. $S = \frac{a}{a+b+d} + \frac{b}{a+b+c} + \frac{c}{b+c+d} + \frac{d}{a+c+d}$ нийлбэрийн авч болох боложит бүх утгыг ол.

F4. $2\sqrt{7}$ радиустай тойрогт $ABCD$ трапец багтах ба түүний AD суурь нь тойргийн диаметр болно.

Хэрэв $\angle BAD = 60^\circ$ ба CE хөвч AD диаметртэй $AP:PD = 1:3$ байхаар огтлолцох бол BPE гурвалжны талбайг ол.

F5. Машины дугаар 4 оронтой тоо байдаг. 1 ба 3, 2 ба 4 дүгээр цифрүүд тэнцүү байх дугаарыг азтай дугаар гээ. Тэгвэл бүх азтай дугаарын нийлбэр 1111-д хуваагдахыг батал.

Бага ангийн багш

Бага ангийн багш төрөлд 18 багш оролцон Шинэ хөгжил сургуулийн багш Э.Оюун-Эрдэнэ түрүүлж, 1-р сургуулийн багш Д.Одончимэг, 2-р сургуулийн багш Г.Эрдэнэсүх нар удаах байруудыг эзлэв.

G1. Тосгоны хүн ам эхний жилд n хүнээр нэмэгдэв. Харин дараа жил нь 300 хүнээр нэмэгджээ. Эхний жил тосгоны хүн амын тоо 300%-иар, харин дараа жил нь хүн амын тоо $n\%$ -иар тус тус өссөн бол тосгон хэдэн хүнтэй болсон бэ?

G2. Нэг нь 80%-ийн, нөгөө нь 20%-ийн жимсний шүүс байв. 220 литр 45%-ийн жимсний шүүс бэлтгэхийн тулд шүүс тус бүрээс хэдэн литрийг авч холих вэ?

G3. Нэгж талбайтай $ABCD$ квадратын AD ба CD талууд дээр E, F цэгүүдийг $S_{ABF} = S_{BEF} = S_{BCE}$ байхаар авав. CE -г ол.

G4. А хотоос явган хүн, түүнээс 4 цагийн дараа дугуйтай хүн, дугуйтай хүнээс 1 цагийн дараа мотоциклтой хүн тус тус В хот руу гарчээ. Тэд тус бүр өөрсдийнхөө хурдаар явцгааж нэгэн цэгт бүгд зэрэгцсэний дараа В хотод мотоциклтой хүн, мотоциклтой хүнээс хэсэг хугацааны дараа дугуйчин, мотоциклтой хүнээс 2 цагийн хойно явган хүн тус тус очжээ. Тэгвэл дугуйчин явган хүнээс хэдэн минутын өмнө В хотод очсон вэ?

G5. Самбарт гурван тоо бичигдсэн байна. Эдгээр тоонуудыг арилгаад, оронд нь тэдгээрийн үржвэр, нийлбэр, хосолсон үржвэрүүдийн нийлбэрийг бичихэд анх байсан тоонууд бичигдсэн байв. Анх ямар тоонууд бичигдсэн байсан вэ?

Дунд ангийн багш

Математикийн багш төрөлд 27 багш оролцон 1-р сургуулийн багш Б.Батзориг түрүүлж, 5-р сургуулийн багш Ц.Алдармаа, Хан-Уул сургуулийн багш Б.Бямбасүрэн нар удаах байруудыг эзэлсэн.

H1. 15 давхар байшингийн цахилгаан шатаар 5 хүн өгсөж байв. Тэр 5 хүн бүгд өөр өөр давхарт буух магадлалыг ол.

H2. Бодит $a > 2$ тоо ба натурал n тооны хувьд $f_n(x) = a^{10}x^{n+10} + x^n + \dots + x + 1$ олон гишүүнтийг сонирхоё. $f_n(x) = a$ тэгшитгэл нь $x_n \in (0; \infty)$ байх цор ганц шийдтэй гэдгийг харуулж, $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ дараалал нийлнэ гэдгийг батал.

Н3. Хавтгай дээр BC хэрчим бэхлэгдсэн байв. Уг хавтгай дээр орших A цэгийн хувьд ABC гурвалжны орто төв нь H , хүндийн төв нь G болог. HG хэрчмийн дундаж цэг нь BC шулуун дээр оршин байх A цэгийн геометр байрыг ол.

Н4. $f(x + y) - f(x - y) = 2f(x)$ бод.

Н5. $\cos\left(\arctg\frac{3}{4} + \arccos\frac{3}{5}\right)$ -ийн утгыг ол.