ДӨРӨВДҮГЭЭР ОЛИМПИАД

Энэ олимпиад 1995 оны 11 сарын 25-29-ны өдрүүдэд Баяндун сумын 10 жилийн сургууль дээр зохион явагдсан.

7-р анги

Олимпиадад 7 сургуулийн 13 сурагч оролцон 19.5 оноогоор Чойбалсан сургуулийн сурагч Урьдынбишийн Наранхүү түрүүлж, 13.5 оноогоор 5-р сургуулийн сурагч Дашмятавын Дэлгэрцэцэг, 7 оноогоор Дашбалбар сургуулийн Амарсанаагийн Амарбат нар удаах байруудыг эзлэв.

A1. /С.Баатар/ Дараалсан дөрвөн тооны үржвэр 1680 бол эдгээр тоог ол.

A2. /П.Мягмаржав/ $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{999\cdot 1000}=$

A3. /Ц.Батболд/ $\overline{xx(x+1)}^2-\overline{(x-1)(x-1)x}^2=111111$ тэгшитгэлийг бод.

A4. /Ц.Батболд/ 1995 онд төрсөн оныхоо цифрүүдийн нийлбэртэй тэнцүү настай хүний төрсөн оныг ол.

A5. /П.Энхцэцэг/ Илэрхийллийн утгыг ол. $1995^{95}-1996\bullet 1995^{94}+1996\bullet 1995^{93}-1996\bullet 1995^{92}+\ldots+1$

A6. /Л.Мөнхжаргал/ Номын хуудас дугаарлахад 2775 цифр хэрэглэв. Ном хэдэн хуудастай вэ?

8-р анги

Олимпиадад 9 сургуулийн 15 сурагч оролцон 14.5 оноогоор Дашбалбар сургуулийн сурагч Жуковын Энхнаран түрүүлж, 9 оноогоор 5-р сургуулийн сурагч Дашбаатарын Ариунаа, 8 оноогоор 12-р сургуулийн сурагч Володягийн Баярсайхан нар удаах байруудыг эзлэв.

B1. /Б.Бямбаханд/ $(x-y)^3+(y-z)^3+(z-x)^3=30$ тэгшитгэлийн бүхэл тоон шийдийг ол.

B2. ABC гурвалжны хувьд $AB=7, BC=5$ ба B оройгоос татсан медиан 6 бол гурвалжны талбайг ол.

B3. /Г.Ганбат/ $a,b,c>0; a+b+c=1$ бол $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\geq 9$ болохыг батал.

B4. /П.Энхцэцэг/ $\sqrt[3]{x+7}+\sqrt[3]{28-x}=5$ тэгшитгэл бод.

B5. /Д.Дашдорж/ Тал түүнд налсан өнцөг нөгөө хоёр талынх нь ялгавраар байгуул.

B6. /Д.Ганбаатар/ Паралелограммд багтсан гурвалжны талбай нь паралелограммын талбайн хагасаас хэтрэхгүйг батал.

9-р анги

Олимпиадад 7 сургуулийн 16 сурагч оролцон 15.5 оноогоор Чойбалсан сургуулийн сурагч Урьдынбишийн Уражаргал түрүүлж, 9.5 оноогоор 12-р сургуулийн сурагч Баярсайханы Ганхуяг, 9 оноогоор Дашбалбар сургуулийн сурагч Цэрэнхандын Баясал нар удаах байруудыг эзлэв.

C1. /С.Баатар/ Үнэг өөрийнхөө харайлтаар 60 харайх газраас нохойд хөөгджээ. Үнэгний 7 харайх газрыг нохой 3 харайна. Мөн үнэг 9 харайх хугацаанд нохой 6 харайна. Нохой хэд харайж үнэгийг гүйцэх вэ?

C2. /Д.Ганбаатар/ Хурц өнцгийн дотор өгсөн А цэгийг дайруулан хамгийн бага талбайтай гурвалжин үүсгэхээр шулуун тат.

C3. /Б.Бямбаханд/ $0 < a < 1$ тоо, $f:[0;1] \to R$ функц өгөгдөв. Хэрэв $f(0)=0, f(1)=1$ ба $x \le y$ байх $x, y \in [0;1]$ тоо бүрийн хувьд $f(\frac{x+y}{2}) = (1-a)f(x) + af(x)$ нөхцөл биелдэг бол $f(\frac{1}{7})$-ын утгыг ол.

C4. /Б.Батбаяр/ a, b, c тоонууд нь арифметик прогресс үүсгэдэг бол $\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{c}}; \frac{1}{\sqrt{b}+\sqrt{c}}; \frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ тоонууд нь мөн арифметик прогресс үүсгэхийг батал.

10-р анги

Олимпиадад 7 сургуулийн 17 сурагч оролцон 16 оноогоор 5-р сургуулийн сурагч Батмөнхийн Золсоёмбо түрүүлж, 12.5 оноогоор 1-р сургуулийн сурагч Цэндсүрэнгийн Алтанцэцэг, 8 оноогоор Дашбалбар сургуулийн сурагч Амгаланбаярын Ариунаа нар удаах байруудыг эзлэв.

D1. /Б.Бямбаханд/ Дурын натурал тооны хувьд $f(1,1)=1$; $f((n+1),m) + f(n,(m+1)) = f(n,m)$; $f((n+1),m) = n \cdot f(n,(m+1))$ нөхцлүүдийг хангадаг бол $f(1995,4)$-ын утгыг ол.

D2. /Л.Мөнхжаргал/ $ABCD$ трапецийн бага сууриар диаметрээ хийсэн тойрог их суурийг шүргэж диагоналиудын дундажийг дайрдаг бол трапецийн өндрийг ол.

D3. С1-ыг үз.

D4. /Д.Дашдорж/ $Sin1^0 + Sin2^0 + Sin3^0 + ... + Sin89^0 \le 45 \cdot \sqrt{2}$ батал.

D5. /Б.Бямбаханд Дараах функцийн хамгийн бага утгыг ол.

$$f(x) = \sqrt{15-12Cosx} + \sqrt{4-2\sqrt{3}Sinx} + \sqrt{7-4\sqrt{3}Sinx} + \sqrt{10-4\sqrt{3}Sinx-6Cosx}$$

D6. /П.Энхцэцэг/ ABC гурвалжинд CM медиан татав. CA, CB, CM харгалзан $A_1; B_1; M_1$ цэгт огтолцох l шулуун татав. $\frac{CA}{CA_1} + \frac{CB}{CB_1} = 2\frac{CM}{CM_1}$ болохыг батал.

Баг-Олимпиад

1. /1-р сургууль Б.Батбаяр/ $\begin{matrix} Sinx \cdot Cos2y + Siny \cdot Cos2y = Siny \\ 2Cos2x + 8Cosx \cdot Cosy + 7 = 4Siny \end{matrix}$ систем тэгшитгэл бод.

2. /1-р сургууль Д.Ганбаатар/ $x^3 - \frac{32}{p}x^2 + \frac{5}{\sqrt{p}}x - \frac{15}{64} = 0$ тэгшитгэлийн шийдүүд нь ямар нэг гурвалжны талуудын уртууд ба $x^3 - \frac{\log_2 p}{3} \cdot x^2 + \log_{8\sqrt{2p}} p \cdot x - \frac{1}{11+\sqrt{p}} = 0$ тэгшитгэлийн шийдүүд уг гурвалжны өндрүүдийн уртууд бол энэ гурвалжны талбай, периметрийг ол.

3. /5-р сургууль Л.Мөнхжаргал/ O цэгт төвтэй тойрогт $ABCD$ багтаав. $R_0^{\alpha}(ABCD) = A_1B_1C_1D_1$ $(0 < \alpha < 180^0)$ $(AB) \cap (A_1B_1) = C_2$, $(AD) \cap (A_1D_1) = B_2$, $(DC) \cap (D_1C_1) = A_2$, $(BC) \cap (B_1C_1) = D_2$ бол $A_2B_2C_2D_2$ нь паралелограмм болохыг батал.

4. /12-р сургууль Ц.Цэндэм / $3^{1-x} - 3^{1+x} + 9^x + 9^{-x} = 6$ тэгшитгэлийг бод.

5. /Дашбалбар Д.Дашдорж/ Гурвалжны тал, түүнд налсан өнцөг, нөгөө хоёр талын нийлбэрээр нь байгуул.

6. /Чулуунхороот П.Мягмаржав/ $\begin{cases} Cosx \cdot Cos2y + Siny \cdot Cos2x + 2Cosx = 1 \\ Cos2x + 3Cos^2 y + 8Siny = 8 + 4Sinx \cdot Cosy \end{cases}$ систем бод.

7. /Баяндун Ц.Батболд/ 17,21,25,29,… ба 16,21,26,31,… гэсэн хоёр арифметик прогрессийн зарим гишүүд адил. Тийм эхний 1995 гишүүний нийлбэрийг ол. Мөн 1995 дахь гишүүн өмнөх прогрессүүдийн хэд хэддүгээр гишүүд вэ?

8. /Баяндун П.Энхцэцэг/ Адил хажуут гурвалжны суурь нь b, суурийн өнцөг α ба гурвалжинд тойрог багтаажээ. Хоёр дахь тойрог нь эхний тойрог ба гурвалжны хажуу талыг шүргэж багтсан бол 2-р тойргийн радиусыг ол.

9. /Чойбалсан С.Баатар/ $ABCD$ трапецийн сууриуд $AB = 27, CD = 18$ урттай ба диагоналиуд нь K цэгт огтлолцоно. $AD = 3; BC = 6\sqrt{2}$ бол AKD гурвалжны талбайг ол.

10. /Цагаан-Овоо Г.Ганбат/ Тойргийн гадна орших O цэгээс тойргийг A, B цэгүүдэд шүргэх шүргэгчүүд ба O цэгийг дайруулж AB-г K цэгт,тойргийг M, N цэгт огтлох шулуун татав. $\frac{1}{OK} = \frac{1}{OM} + \frac{1}{ON}$ болохыг батал.