

## ТАВДУГААР ОЛИМПИАД

Улз сав нутгийн тавдугаар олимпиад 1996 оны 11 сарын 25-28-ны өдрүүдэд Чойбалсан сумын 10 жилийн сургууль дээр зохион явагдав.



### 7-р анги

Олимпиад 9 сургуулийн 11 сурагч оролцон 8.5 оноогоор 1-р сургуулийн сурагч Ш.Саранчимэг түрүүлж, 6 оноогоор 5-р сургуулийн сурагч О.Намуунзул, 2.5 оноогоор 12-р сургуулийн сурагч Г.Энхтайван нар удаах байруудыг эзлэв.

- A1.**  $A, B, C$  цэгүүд нь тойрогт багтсан зөв гурвалжны орой болно.  $D$  цэг  $AB$  бага нум дээр орших бол  $AD + BD = DC$  болохыг батал.
- A2.**  $n$  дурын бүхэл утганд  $n^5 - 5n^3 + 4n$  илэрхийлэл 120-д хуваагдахыг батал.
- A3.** Сагс дотроос 3 алим дараа нь үлдсэний  $1/3$  ба бас 3 алим авсны дараа түүнд анх байсан алимны хагас нь үлдсэн байв. Сагс дотор анх хэдэн алим байсан вэ?
- A4.**  $x$ -ийн ямар утганд  $\frac{x^2}{1+x^2}$  бутархай хамгийн бага утгаа авах вэ?
- A5.** Нэгжийн орны цифрийг квадрат зэрэг дэвшүүлж 3 дахин авсантай тэнцүү байх хоёр оронтой тоонуудыг ол.
- A6.** Харилцан перпендикуляр хоёр шулуун  $ABCD$  квадратын  $AB, BC, CD, DA$  талуудыг харгалзан  $E, F, K, L$  цэгээр огтлох бол  $EK = FL$  болохыг батал.

### 8-р анги

Олимпиадад 11 сургуулийн 16 сурагч оролцон 24 оноогоор Чойбалсан сумын сургуулийн сурагч У.Наранхүү түрүүлж, 21 оноогоор Дашбалбар сургуулийн сурагч А.Амарбат, 5.5 оноогоор 1-р сургуулийн сурагч Цасанбаатар нар удаах байруудыг эзлэв.

- B1.**  $x^8 + x^4 + 1$  олон гишүүнтийг гурван үржигдхүүнд задла.
- B2.** Хэрэв хоёр бүхэл тооны квадратын нийлбэр 3-д хуваагддаг бол эдгээр тоо тус бүр 3-д хуваагдахыг батал.

**B3.** Тэгш өнцөгт гурвалжны катет  $a, b$  гипотенуз нь  $c$  болно. Хэрэв  $(\frac{c}{a+b})^2 = 0.5$  бол гурвалжны хурц өнцгийг ол.

**B4.**  $a + b = 1$  бол  $a^4 + b^4 \geq \frac{1}{8}$  гэдгийг батал.

**B5.**  $a^2; b^2; c^2$  тоонууд арифметик прогресс үүсгэх бол  $\frac{1}{a+b}; \frac{1}{c+a}; \frac{1}{b+c}$  тоонууд мөн арифметик прогресс үүсгэхийг батал.

**B6.**  $a, b, c$  талууд бүхий  $ABC$  гурвалжны дотор талууд нь ижил өнцгөөр харагдаж байхаар  $M$  цэгийг авав.  $AM + BM + CM$  утгыг ол.

## 9-р анги

*Олимпиадад 10 сургуулийн 17 сурагч оролцон 16 оноогоор Дашбалбар сургуулийн сурагч Ж.Энхнаран түрүүлж, 10 оноогоор 5-р сургуулийн Д.Ариунаа, 8.5 оноогоор Ц.Оюун-Эрдэнэ нар удаах байруудыг эзлэв.*

**C1**  $\begin{cases} x^3 + y^3 = 1 \\ x^4 + y^4 = 1 \end{cases}$  системийн бүхэл шийдийг ол.

**C2.** Адил хажуут трапецэд 5 см радиустай тойрог багтаажээ. Трапещийн хажуу талуудыг шүргэсэн цэгүүдийн хоорондох зай 8 см бол трапещийн талбайг ол.

**C3.**  $3 \cdot 9^{\log_{21} x} + 7 \cdot 49^{\log_{21} x} = x$  тэгшитгэл бод.

**C4.**  $ABC$  гурвалжинд  $BM$  ба  $CN$  өндрүүд татжээ.  $|AM| : |CM| = 2 : 3$  ба  $\angle BAC = \alpha$  бол  $BMN, ABC$  гурвалжнуудын талбайн харьцааг ол.

**C5.**  $a, b, c, > 0$  ба  $a + b + c = 1$  бол  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 9$  гэж батал.

**C6.** Оны эхэнд нийт мөнгөний  $3/5$ -ыг 1-р банкинд, үлдсэн хэсгийг 2-р банкинд хадгалуулав. Жилийн эцэст хадгаламжийн нийлбэр 590 ам.доллар, хоёрдахь жилийн эцэст 701 ам доллар болж өсөв. Хэрэв анхны мөнгөний  $3/5$  хэсгийг 2-р банкинд үлдсэн хэсгийг 1-р банкинд хадгалуулбал жилийн дараа хадгаламжийн нийлбэр 610 ам.доллар болох байв. Ийм тохиолдолд хоёр жилийн дараа хадгаламжийн нийлбэр хэд болох вэ? /Банк бүрийн хүү ялгаатай/

## 10-р анги

*Олимпиадад 10 сургуулийн 13 сурагч оролцон 27.5 оноогоор Чойбалсан сургуулийн сурагч У.Уранжаргал түрүүлж, 20 оноогоор 8-р сургуулийн сурагч М.Мөнхтөр, 17 оноогоор Дашбалбар сургуулийн сурагч Б.Баясал нар удаах байруудыг эзлэв.*

**D1.**  $\log_{0.5} x + \sqrt{1 - 4 \cdot \log_{0.5}^2 x} < 1$  тэнцэтгэл бишийг бод.

**D2.**  $\cos 2x + a \sin x = 2a - 7$  тэгшитгэл  $a$  параметрийн ямар утганд шийдтэй вэ?

**D3.** Бага суурь  $a$ -тай тэнцүү трапецэд тойрог багтжээ. Трапещийн нэг хажуу тал нь шүргэлтийн цэгээр их сууриас эхлэн  $m$  ба  $n$  урттай хэсгүүдэд хуваагдсан бол трапещийн талбайг ол.

**D4.** А хотоос В хот руу явган хүн гарчээ. Түүний араас 2,5 цагийн дараа А хотоос дугуйтай хүн түүний араас 4 минутын дараа мотоцикльтэй хүн гарчээ. Тэд зогсолтгүй жигд хурдтай явав. Мотоцикльтой хүн гарснаас хэсэг хугацааны дараа нэг цэгт уулзав. Хэрэв явган хүн мотоцикльтой хүнээс 1,5 цагийн дараа хүрсэн бол дугуйтай хүн явган хүнээс хэдэн минутын өмнө хүрсэн вэ?

**D5.** Тэгш өнцөгт гурвалжны хурц өнцөг  $\alpha$  болно. Катетуудын үргэлжлэлд шүргэсэн тойргийн радиус  $R$  бол уул гурвалжны гипотенузын уртыг ол.

**D6.**  $\frac{\log_5(x^2 - 4x - 11)^2 - \log_{11}(x^2 - 4x - 11)^3}{2 - 5x - 3x^2} \geq 0$  тэнцэтгэл бишийг бод.

### Баг-Олимпиад

1. / Чулуунхороот С.Нармандах/  $R$  радиустай дугуй дотр төвийн нэг талд  $60^\circ, 120^\circ$  нумуудыг хөвчилсөн хоёр паралель хөвч татаад тэдгээрийн үзүүрийг холбожээ. Хөвчүүдээр зааглагдаж үүссэн дүрсийн талбайг ол.

2. /12-р сургууль Л.Мөнхжаргал/  $\sqrt{1996} - x^{\log_{1996} x} = x^2$  тэгшитгэл бод.

3. /Цагаан-Овоо Б.Баттөмөр/  $ABCD$  тэгш өнцөгтийн  $AB$  ба  $AD$  талуудыг шүргэсэн  $C$  оройг дайрсан  $CD$  талыг  $K$  цэгт огтлох тойрог татав.  $|AB|=9; |AD|=8$  бол  $ABKD$  дөрвөн өнцөгтийн талбайг ол.

4. /5-р сургууль Д.Батнаран/  $ABC$  гурвалжны  $AC$  тал дээр  $M$  цэгийг  $|CM| : |MA|=1:3$  байхаар,  $BC$  тал дээр  $P$  цэгийг  $|PB| : |PC|=1:2$  байхаар тус тус авчээ. Хэрэв  $[MB] \cap [AP]=Q$  ба  $QPB$  гурвалжны талбай нэгжтэй тэнцүү бол  $ABC$  гурвалжны талбайг ол.

5. /Дашбалбар Д.Дашдорж/  $\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)(n+3)} =$

6. /1-р сургууль Б.Батбаяр/  $\begin{cases} 4x^2 + 3y^2 = 1 \\ 32x^3 - 6x + 9y - 36y^3 = 1 \end{cases}$  тэгшитгэлийн систем бод.

7. /Чойбалсан Б.Оюун/  $\operatorname{tg} 5^\circ \cdot \operatorname{tg} 55^\circ \cdot \operatorname{tg} 65^\circ \cdot \operatorname{tg} 75^\circ =$  таблиц ашиглахгүйгээр бод.

8. /1-р сургууль Д.Ганбаатар/  $\frac{2^{x+1} - 7}{x-1} < \frac{10}{3-2x}$  тэнцэтгэл бишийг бод.

9. /Баяндун П.Энхцэцэг/ Хоёр тойрог  $A, B$  цэгээр огтлолцоно.  $A, B$  цэг нь  $l$  шулууны хоёр талд байна. Тэгвэл  $l$  нь тойргийг  $C, D, E, M$  цэгээр огтолсон бол  $DBE, CAM$  өнцгүүдийн нийлбэр  $180^\circ$ -тэй тэнцүү гэж батал.

10. /8-р сургууль Р.Мөнхзул/  $e^\pi$  ба  $\pi^e$  тоонуудыг жиш.

11. /Дашбалбар И.Наранцэцэг/  $ABCA_1B_1C_1$  зөв гурвалжин призмийн  $OO_1$  тэнхлэгийг 5:1 харьцаатай хуваах  $P$  цэг  $AB; A_1C_1$  ирмэгүүдийн дундаж цэгүүдийг дайруулан татсан хавтгай призмийн эзлэхүүнийг ямар харьцаатай хуваах вэ?