

## ДОЛДУГААР ОЛИМПИАД.

Улз сав нутгийн математикийн олимпиад 1998 оны 11 сарын 05-08-ны өдрүүдэд Гурванзагал сумын 8 жилийн сургууль дээр зохион байгуулагдав.



### 7-р анги.

Энэ төрөлд 14 сурагч оролцон 22 оноогоор 8-р сургуулийн сурагч Ө.Болорчимэгэ түрүүлж, 16 оноогоор Баян-Уул сургуулийн сурагч Д.Мааньдарь, 15.5 оноогоор Баяндун сургуулийн сурагч Б.Дарийм нар удаах байруудыг эзлэв.

**A1.**  $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{100}+\sqrt{99}} = 9$  адилтгалын үнэнг батал.

**A2.** Нэг квадрат өгөгджээ. Түүний нэг талыг 1.2 м-ээр нөгөө талыг 1.5 м-ээр багасгавал талбай нь  $14.4 \text{ м}^2$  -аар бага тэгш өнцөгт үүснэ. Квадратыг талбай периметрийг ол.

**A3.**  $2^n + 1$  тоо 3-д хуваагддаг байх бүх натурал  $n$  тоог ол.

**A4.** 6 оронтой 7-ын цифрээр эхлэнэ. Энэхүү цифрийг зүүн гар талаас нь баруун гар талд нь шилжүүлэн бичвэл үүсэх 6 оронтой тоо нь анхны тооноос 5 дахин бага тоо үүсдэг бол уул тоог ол.

**A5.**  $A, B, C$  нь тойрогт багтсан зөв гурвалжны оройн цэгүүд ба  $D$  цэг нь  $AB$  бага нум дээр орших дурын цэг бол  $AD + BD = DC$  болохыг батал.

**A6.** Дүүрэн сүүтэй 8 литрийн хувингаас таван ба гурван литрийн бидон ашиглан 4 литр сүү таслан ав.

### 8-р анги

Энэ төрөлд 16 сурагч оролцон 8 оноогоор 1-р сургуулийн сурагч Г.Батхонгор түрүүлж, 7 оноогоор Гурванзагал сургуулийн сурагч Г.Даваасүрэн, 6.5 оноогоор Чойбалсан сургуулийн Г.Адилбиш нар удаах байруудыг эзлэв.

**B1.** Арын цифр тус бүр нь өмнөхөөсөө 1-ээр их 4 оронтой тооны эхний хоёр цифрийн байрыг солиход бүхэл тооны квадрат үүсдэг бол уг тоог ол.

**B2.** Гурвалжны дотор багтсан квадратын талбай нь энэ гурвалжны талбайн хагасаас хэтрэхгүй болохыг батал.

**B3.**  $ax^2 + bx + c = 0$  тэгшитгэлийн язгууруудын урвуу нь язгуур нь болдог квадрат тэгшитгэлийг зохио.

**B4.**  $10^{10^1} + 10^{10^2} + 10^{10^3} + \dots + 10^{10^{10}}$  илэрхийллийг 7-д хуваахад гарах үлдэгдлийг ол.

**B5.** 3-д хуваагддаг бөгөөд 6 цифрээр төгсдөг таван оронтой тоо хэд байх вэ?

**B6.**  $[x] + [y] = 0$  байх цэгүүдийн олонлогийг тэгш өнцөгт координатын хавтгайд тэмдэглэ.

[a] - тооны бүхэл хэсэг.

## 9-р анги

Энэ төрөлд 12 сурагч оролцон 9 оноогоор Дашбалбар сургуулийн сурагч Ж.Даваажаргал түрүүлж, 7.5 оноогоор 8-р сургуулийн сурагч Ө.Нарангаравуу, 5.5 оноогоор Баяндун сургуулийн сурагч Энхмаа нар удаах байруудыг эзлэв.

**C1.**  $a_1; a_2; a_3; \dots; a_n \geq 0$  байг.  $\sqrt[1998]{a_1^{1998} + a_2^{1998} + a_3^{1998} + \dots + a_n^{1998}}$  ба  $\sqrt[1999]{a_1^{1999} + a_2^{1999} + \dots + a_n^{1999}}$

тоонуудын аль нь их вэ?

**C2.** Аль ч гурваар нь гурвалжин байгуулж болох таван хэрчим байв. Эдгээр гурвалжнуудын ядаж нэг нь хурц өнцөгт байхыг батал.

**C3.**  $\frac{1}{\log_2 \pi} + \frac{1}{\log_5 \pi} > 2$  болохыг батал.

**C4.**  $ABC$  зөв гурвалжны  $AB$  талын дундаж цэг нь  $K$ .  $AC$  болон  $BC$  талууд дээр  $M, N$  цэгүүдийг  $\angle MKN = 60^\circ$  байхаар сонговол  $MKN$  гурвалжны периметр  $ABC$  гурвалжны периметрийн хагастай тэнцдэгийг харуул.

**C5.**  $y = |x^2 - x + \frac{4}{25}| - x^3$  функцийн  $[-1; 1]$  завсар дахь хамгийн их утгыг ол.

**C6.**  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 104$  тэгшитгэл хэдэн эерэг бүхэл шийдтэй вэ ?

## 10-р анги

Энэ төрөлд 14 сурагч оролцон 20 оноогоор 1-р сургуулийн сурагч Цасанбаатар түрүүлж, 18 оноогоор Чойбалсан сургуулийн сурагч У.Наранхүү, 15 оноогоор 5-р сургуулийн сурагч Т.Бямбасүрэн нар удаах байруудыг эзлэв.

**D1.**  $p(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$  гэсэн функц өгөгдөв.

$$p\left(\frac{1}{1}\right) + p\left(\frac{1}{2}\right) + \dots + p\left(\frac{1}{100}\right) + p\left(\frac{2}{1}\right) + p\left(\frac{2}{2}\right) + \dots + p\left(\frac{2}{100}\right) + \dots + p\left(\frac{100}{1}\right) + p\left(\frac{100}{2}\right) + \dots + p\left(\frac{100}{100}\right) =$$

нийлбэрийг ол.

**D2.**  $x, y, z > 0$  тоонууд  $xyz(x+y+z) = 1$  бол  $(x+y)(x+z)$  илэрхийллийн хамгийн бага утгыг ол.

**D3.** Ижил радиустай хоёр тойргийн нэг дээр тавин улаан цэг нөгөө дээр нь нийлбэр нь тойргийн уртын  $1/50$ -ээс бага урттай хэдэн цэнхэр нум тэмдэглэв. Нэг ч улаан цэг цэнхэр нум дээр оршихгүй байхаар хоёр тойргийг давхарлуулж болохыг батал.

**D4.** Трамвайн 1 км урт замын хэсгийг явган хүн 12 секундэд явж өнгөрөхдөө түүнийг гүйцэж түрүүлж буй болон түүнтэй зөрж өнгөрсөн трамвайнуудыг өдөр бүр тоолдог байв. Жилийн турш гүйцэж түрүүлсэн трамвайн тоо 225, зөрсөн трамвайн тоо 600 болов. Трамвайн хурдыг ол.

**D5.**  $n$  тооны бүх хуваагчийн ( $1, n$  хоёрыг оруулаад) арифметик дундаж нь  $\sqrt{n}$  ба  $\frac{n+1}{2}$  хоёрын

хооронд оршихыг батал.

**D6.**  $\frac{\sin 1^\circ}{\sin 2^\circ}; \frac{\sin 3^\circ}{\sin 4^\circ}$  тоонуудыг жиш.

### **Бага ангийн багш**

*Энэ олимпиадаас эхлэн бага ангийн төрөл шинээр нэмэгдэж олимпиадад 10 сургуулийн төлөөлөл оролцож 22 оноогоор Баян-Уул сургуулийн багш Д.Мөнхцэцэг түрүүлж, 16 оноогоор 12-р сургуулийн багш Ц.Энхтуяа, 15.5 оноогоор 1-р сургуулийн багш Н.Дэлгэрмаа нар удаах байруудыг эзлэв.*

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y+z} = \frac{1}{2}$$

**E1.**  $\frac{1}{y} + \frac{1}{x+z} = \frac{1}{3}$  тэгшитгэлийн систем бод.

$$\frac{1}{z} + \frac{1}{x+y} = \frac{1}{4}$$

**E2.** Нэг ангийн хичээлд ирээгүй сурагчдын тоо ирсэн сурагчдын тооны  $\frac{1}{6}$  болж байв. Ангиас нэг сурагч гараад явсны дараа ирээгүй сурагчдын тоо ирсний  $\frac{1}{5}$  болжээ. Энэ анги хэдэн сурагчтай вэ?

**E3.** Гурвалжны аль ч талын урт 1-ээс бага байвал талбай нь  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  - өөс бага гэдгийг батал.

**E4.** 1998! хэдэн тэгээр төгсөх вэ?

**E5.** 1,2,3,4,5 гэсэн цифрүүдээр ижил цифр агуулаагүй 3 оронтой тоонуудыг зохиов. Эдгээр тоонуудын нийлбэрийг ол.

**E6.**  $A^2 + B - C = 100; A^2 + B^2 - C = 124$  нөхцөлүүдийг хангах  $(A, B, C)$  гэсэн натурал тоон гурвалыг ол.