

ЕСДҮГЭЭР ОЛИМПИАД

Улз сав нутгийн математикийн есдүгээр олимпиад 2000 оны 10 сарын 12-15-ны өдрүүдэд Баяндун сумын Эрдэмтэн зохиолч Д.Цэвэгмидын нэрэмжит 10 жилийн сургууль дээр зохион явагдлаа.

7-р анги

Энэ төрөлд 34 сурагч оролцон 22 оноогоор 1-р сургуулийн Сугаржавын Ган-Эрдэнэ түрүүлж, 21.5 оноогоор 8-р сургуулийн сурагч Энхбаатарын Анхбаяр, 20 оноогоор Хэнтий аймгийн сургуулийн сурагч Батболдын Ган-Очир нар удаах байруудыг эзлэв.

A1. Тэгш өнцөгт гурвалжны нэг өнцөг нь 30° . Гипотенузын дундажаас түүнд перпендикуляраар татсан шулууны катеттай огтолцсон цэг хүртэлх зай нь их катетаас 3 дахин бага болохыг батал.

$$\text{A2. } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1999 \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 2000 \\ \frac{1}{z} + \frac{1}{x} = 2001 \end{cases} \quad \text{тэгшитгэлийн систем бод.}$$

A3. $(a-2)x+5y=5$ ба $x+(a+2)y=5$ шулуунууд огтлолцох, давхцах, паралель байх a -ын утгыг олж $a=2$ байхад огтлолцох цэгийг ол.

A4. Хэрэв $0 < a_1 < a_2 < \dots < a_9$ бол $\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_9}{a_3 + a_6 + a_9} < 3$ болохыг батал.

A5. 8 эрэгтэй 10 эмэгтэй сурагчдаас 2 эмэгтэй 1 эрэгтэй хүүхэд орсон байхаар ангийн дежурыг хэдэн янзаар томилж болох вэ?

A6. $4 \cdot 12 + 186 \div 6 + 3$ илэрхийлэлд

А/ Утга нь 42 гарах

Б/ Утга нь хамгийн бага

В/ Утга нь хамгийн их гарахаар хаалт сэргээ.

8-р анги

Энэ төрөлд 27 сурагч оролцон 26 оноогоор Хэнтий аймгийн сургуулийн сурагч Баатарын Дэлгэрмаа түрүүлж, 24 оноогоор Хэнтий сургуулийн сурагч Ёндонцэвэгийн Сувд-Эрдэнэ, 17.5 оноогоор 12-р сургуулийн сурагч Мөнхбаатарын Ундраа нар удаах байруудыг эзлэв.

B1. 012345678910111213... гэх мэтчилэн үргэлжлүүлэн бичсэн тооны 2000 дахь байран дахь цифрийг ол.

B2. $a \geq 0$ үед $\sqrt{a+2\sqrt{a-1}} + \sqrt{a-2\sqrt{a-1}}$ илэрхийллийг хялбарчил.

B3. 6 кв.нэгж талбайтай ABC гурвалжны AB тал дээр $|AK|:|KB|=2:3$ байхаар K цэг, AC тал дээр $|AL|:|LC|=5:3$ байхаар L цэгийг тус тус авчээ. CK, BL хэрчмүүдийн огтлолын цэг Q нь AB талаас 1,5 нэгж зайтай оршдог бол AB талын уртыг ол.

B4. Дурын натурал тоо n -ийн хувьд $n(n+1)(n+2)(n+3)+1$ бүхэл тооны квадрат болохыг харуул.

B5. $(x^2 + x)^2 + \sqrt{x^2 - 1} = 0$ тэгшитгэл бод.

B6. $19^{83} + 83^{19}$ тооны сүүлчийн хоёр цифрийг ол.

9-р анги

Энэ төрөлд 20 сурагч оролцон 8.5 оноогоор 8-р сургуулийн сурагч Чулууны Болорчимэг түрүүлж, 8 оноогоор Баян-Уул сургуулийн сурагч Дамдиндоржийн Мааньдарь, 7 оноогоор Баяндун сургуулийн сурагч Батцэрэнгийн Дарийм нар удаах байруудыг эзлэв.

C1. $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n$ нь дурын эерэг тоонууд бол дараах тэнцэл бишийг батал.

$$\frac{(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n)^2}{2(a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_n^2)} \leq \frac{a_1}{a_2 + a_3} + \frac{a_2}{a_3 + a_4} + \dots + \frac{a_{n-1}}{a_n + a_1} + \frac{a_n}{a_1 + a_2}$$

C2. $\log_k x; \log_b x; \log_a x$ тоонууд арифметик прогресс үүсгэдэг бол k, b, a, x тоонуудын хамаарлыг тогтоо.

C3. ABC гурвалжны AD, BE медианууд харилцан перпендикуляр бол $\operatorname{ctg}A + \operatorname{ctg}B \geq \frac{2}{3}$ болохыг батал.

C4. $|x^2 - 3| - |x| \geq x$ тэнцэтгэл бишийг бод.

C5. Хурц өнцөгт ABC гурвалжны A, C оройнуудаас AP, CQ өндрүүдийг харгалзан BC, AB талуудад буулгажээ. ABC гурвалжны периметр 15, BPQ гурвалжны периметр 9, BPQ гурвалжныг багтаасан тойргийн радиус $\frac{9}{5}$ бол AC талын уртыг ол.

C6. $\lg(x - 2) = 2x - x^2 + 5$ тэгшитгэл бод.

10-р анги

Энэ төрөлд 14 сурагч оролцон 16 оноогоор Баяндун сургуулийн сурагч Мөнхжаргалын Мөнхтулга түрүүлж, 12 оноогоор Баяндун сургуулийн сурагч Энхбатын Батцэнгэл, 1-р сургуулийн Ганхүүгийн Батхонгор нар дэд байрыг эзлэв.

D1. $x \cdot \sqrt{1 - y^2} + y \cdot \sqrt{1 - x^2}$ илэрхийллийн хамгийн их утгыг ол.

D2. Тэгш өнцөгт гурвалжны гадна талд гипотенузаар нь талаа хийсэн квадрат байгуулав. Уг гурвалжны тэгш өнцгийн биссектрисс нь квадратын талбайг хагаслан хуваахыг батал.

D3. 32 хэзрөөс 4 хэзэр таамгаар сугалахад дөрвүүлээ тамга байх боломж хэд вэ?

D4. $\log_4 5 + \log_5 6 + \log_6 7 + \log_7 8 \geq 4.4$ болохыг харуул.

D5. $\left[\frac{x}{1!}\right] + \left[\frac{x}{2!}\right] + \left[\frac{x}{3!}\right] + \dots + \left[\frac{x}{10!}\right] = 1001$ тэгшитгэл бод.

D6. R радиустай тойргийг $ABCD$ трапец дотор багтаажээ. Трапещийн бага суурь BC -ийн урт a -тай тэнцүү. AB тал тойргийг шүргэх E цэгээс BC хүртэлх зай b бол трапещийн талбайг ол.

Бага ангийн багш

Олимпиадад 17 багш оролцон 16 оноогоор Хэнтий аймгийн сургуулийн багш Батмөнхийн Түмэнжаргал түрүүлж, 14 оноогоор 1-р сургуулийн багш Нямжавын Дэлгэрмаа, 12 оноогоор Хан-Уул сургуулийн багш Төмөрхуягийн Мөнгөнцэцэг нар удаах байруудыг эзлэв.

E1. Нэгж радиустай дугуйд дурын 2 цэгийн хоорондох зай нэгээс их байхаар 5 цэгийг сонгож болох уу.

E2. 2000 онд төрсөн оныхоо цифрүүдийн нийлбэртэй тэнцүү настай хүний төрсөн оныг ол.

E3. a, b, c талууд бүхий ABC гурвалжны дотор бүх талаа ижил өнцгөөр харах M цэг авав. $AM + BM + CM =$ утгыг ол.

E4. Үнэг өөрийнхөө харайлтаар 60 харайх газраас нохойд хөөгджээ. Үнэгний 7 харайх газрыг нохой 3 харайна. Мөн үнэг 9 харайх хугацаанд нохой 6 харайна. Нохой хэд харайж үнэгийг гүйцэх вэ?

E5. 1,2,3,4,5 гэсэн цифрүүдээр ижил цифр агуулаагүй 3 оронтой тоонуудыг зохиов. Эдгээр тоонуудын нийлбэр ямар цифрээр төгсөх вэ?

E6. Оны эхэнд нийт мөнгөний $\frac{3}{5}$ -ыг 1-р банкинд, үлдсэн хэсгийг 2-р банкинд хадгалуулав. Жилийн эцэст хадгаламжийн нийлбэр 590 ам.доллар, хоёрдахь жилийн эцэст 701 ам доллар болж өсөв. Хэрэв анхны мөнгөний $\frac{3}{5}$ хэсгийг 2-р банкинд үлдсэн хэсгийг 1-р банкинд хадгалуулбал жилийн дараа хадгаламжийн нийлбэр 610 ам.доллар болох байв. Ийм тохиолдолд хоёр жилийн дараа хадгаламжийн нийлбэр хэд болох вэ? /Банк бүрийн хүү ялгаатай/